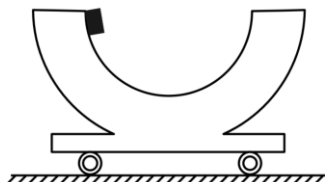


МОШ, 2009/10, заключительный этап, 10 класс

Условия и ответы

1 Монета в чаше на столе

На гладком горизонтальном столе находится чаша массой M с полусферической выемкой радиусом R с гладкими стенками (смотри рисунок). На самый край выемки чаши поместили монету массой m , размеры которой значительно меньше размеров выемки. В начальный момент монета и чаша друг относительно друга не двигались. Монету и чашу одновременно отпустили. С каким ускорением движется монета, проходя самое нижнее положение?

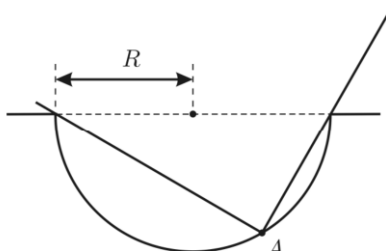


Ответ

$$a = \frac{2g(M + m)}{M}, \text{ ускорение направлено вертикально вверх.}$$

2 Муравей и проволочный мостик

В горизонтальной крышке стола пропилена полуцилиндрическая канавка радиусом $R = 20$ см. Ось канавки совпадает с верхней плоскостью крышки стола. На краю канавки сидит муравей, который хочет перебраться через нее. Школьник решил помочь муравью, сделав мостик из прямых отрезков проволоки. Но все куски проволоки, которые были в распоряжении школьника, имели длину $L = 38$ см. Тогда школьник сделал мостик из двух проволок, расположив их так, как показано на рисунке, причем точку A , в которой концы проволок воткнуты в дно канавки, он выбрал случайным образом. Муравей может ползти вверх по проволоке с постоянной скоростью $V = 0,5$ см/с, а вниз – с постоянной скоростью $2V = 1$ см/с. Найдите максимальное время и минимальное время, за которое муравей сможет перебраться через канавку по такому мостику.



Ответ

$$t_{\max} = \frac{R\sqrt{5}}{V} \approx 90 \text{ с}; \quad t_{\min} = \frac{R}{20V} (19 + 2\sqrt{39}) \approx 63 \text{ с}.$$

3 Газ в сосуде с подвижным поршнем

Горизонтальный сосуд с газом разделен на две части подвижным вертикальным поршнем, не проводящим тепло. Вначале давление в сосуде было равно p_0 , а температура T_0 . Нагревая газ в левой части сосуда до температуры $T_0 + \Delta T$, исследуют зависимость давления в системе p от параметра $x = \Delta T/T_0$. Эта зависимость оказалась линейной: $p = p_0(1 + \alpha x)$ с параметром $\alpha = 0,5$. Найдите отношение $k = \nu_1/\nu_2$ количеств газа в левой и правой частях сосуда. Температура в правой части сосуда поддерживается постоянной, трением между поршнем и стенками сосуда можно пренебречь.

Ответ

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{\alpha}{1 - \alpha} = 1.$$

4 Три концентрические сферы с жидкостями

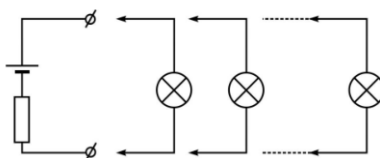
Имеются три концентрические хорошо проводящие металлические сферы 1, 2 и 3 радиусами R , $2R$ и $3R$. Пространство между первой и второй сферами заполнено жидкостью с диэлектрической проницаемостью ε и удельным сопротивлением 11ρ , а между второй и третьей – жидкостью с диэлектрической проницаемостью 11ε и удельным сопротивлением ρ . Между внутренней и внешней сферами при помощи батарейки поддерживается постоянная разность потенциалов U . Чему равен заряд q_2 средней сферы? Какова сила тока I , который течет при этом в цепи?

Ответ

$$q_2 = 0, \quad I = \frac{12\pi RU}{17\rho}.$$

5 Источник питания и лампочки

Школьник Вася присоединяет к источнику питания, схема которого изображена на рисунке, электрические лампочки. Присоединив к источнику одну электрическую лампочку, Вася обнаружил, что на ней выделяется мощность P . Присоединив к источнику четыре такие же лампочки, соединенные параллельно, Вася обнаружил, что на них вместе также выделяется мощность P . Какая мощность P_n будет выделяться на лампочках, когда Вася подсоединит к источнику питания n параллельно соединенных лампочек? Считайте, что сопротивление лампочки не зависит от силы тока.



Ответ

$$P_n = \frac{9Pn}{(n+2)^2}.$$

6 Верёвка на колонне

Тонкую гладкую однородную веревку массой m и длиной L расстелили на горизонтальной поверхности, обернув на половину оборота вокруг вертикальной цилиндрической колонны радиусом $R \ll L$. Первоначально веревку тянули за оба конца, находившиеся на одинаковом расстоянии от колонны, с одинаковой силой $\vec{F}$, затем один из концов отпустили, продолжая действовать с той же силой на другой ее конец. В течение какого времени t после этого длина участка веревки, соприкасающегося с колонной, будет оставаться неизменной?

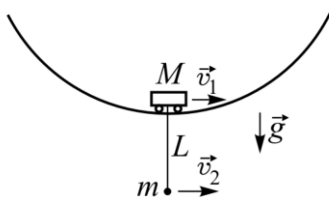
Ответ

Длина участка веревки, соприкасающегося с колонной, начнет уменьшаться из-за отрыва веревки от колонны спустя время $t \approx \sqrt{\frac{mL}{3F}}$ после старта.

Примечание организаторов: условие $R \ll L$ вовсе не обязательно; в общем случае $t = \sqrt{\frac{mL}{3F} \left(1 - \frac{\pi R}{L}\right)}$.

7 Вагонетка с грузом на вогнутом мосту

По вогнутому мосту, образующему дугу окружности радиусом R , движется вагонетка массой M . К вагонетке привязан трос длиной L , на конце которого закреплён груз массой m (см. рисунок). В момент, когда вагонетка проходила нижнюю точку моста, трос был расположен вертикально, а скорости вагонетки и груза были равны v_1 и v_2 соответственно. Найдите в этот момент силу натяжения троса T и силу N , с которой вагонетка давит на рельсы. Трос невесом и нерастяжим, трение не учитывать, размерами вагонетки и груза пренебречь.



Ответ

$$T = m \left(g + \frac{v_1^2}{R} + \frac{(v_1 - v_2)^2}{L} \right); \quad N = (m + M) \left(g + \frac{v_1^2}{R} \right) + m \frac{(v_1 - v_2)^2}{L}.$$

8 КПД «Камаза» и цикл Дизеля

Автомобиль «Камаз» проехал из Санкт-Петербурга в Москву за время $t = 16$ часов, пройдя по дороге 720 км и истратив объем $V = 200$ л дизельного топлива. Двигательная установка автомобиля состоит из дизельного двигателя внутреннего сгорания, трансмиссии и шасси.

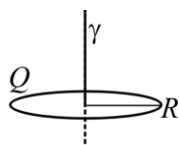
Найдите КПД (эффективность) автомобиля и его среднюю механическую мощность на всем пути, считая, что механические потери в трансмиссии и шасси составляют $\alpha = 5\%$, а двигатель работает по циклу Дизеля, рабочим телом которого является идеальный трехатомный газ (теплоемкость одного моля такого газа в изохорном процессе равна $C_V = 3R$). Цикл Дизеля состоит из четырех процессов: адиабатного сжатия рабочего тела, изобарного подвода теплоты к рабочему телу, адиабатного расширения рабочего тела и его изохорного охлаждения, в конце которого осуществляется выпуск продуктов сгорания топлива в атмосферу. Удельная теплота сгорания дизельного топлива $q = 42$ МДж/кг, а его плотность $\rho = 0,82$ кг/л. Максимальный объем камеры сгорания – 6000 мл, минимальный – 375 мл, максимальный объем в изобарном процессе – 1500 мл, максимальное давление – 40 атм, максимальное давление при изохорном охлаждении – 6 атм.

Ответ

$$\text{КПД автомобиля } \eta_a = \left(1 - \frac{3(p_4 - p_1)V_1}{4p_2(V_3 - V_2)}\right) (1 - \alpha) = 0,475 = 47,5\%; \text{ средняя механическая мощность } N = \frac{q\rho V(1 - \alpha)}{t} \left(1 - \frac{3(p_4 - p_1)V_1}{4p_2(V_3 - V_2)}\right) \approx 56,8 \text{ кВт} \approx 78 \text{ л.с.}$$

9 Кольцо и заряженная нить

Тонкое кольцо радиусом R заряжено зарядом Q , равномерно распределенным по кольцу. Вдоль оси кольца расположена очень длинная нить, начинающаяся в его центре и равномерно заряженная с линейной плотностью заряда γ (см. рисунок). Найдите модуль силы электростатического взаимодействия нити с кольцом.

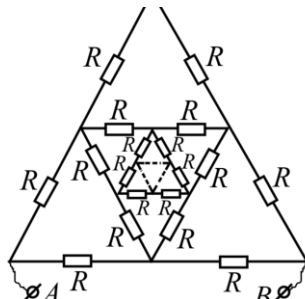


Ответ

$$F = \frac{\gamma Q}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

10 Бесконечная цепь из резисторов

Найдите сопротивление между клеммами A и B бесконечной цепи, схема которой изображена на рисунке. Сопротивление каждого резистора равно R .



Ответ

$$R_{AB} = \frac{2}{\sqrt{3}}R.$$

Источник: Московская олимпиада школьников по физике, 2009/10, заключительный этап, 10 класс — условия (1), условия (2), решения (1), решения (2). Задачи перенабраны на botay.pro, решения — по официальным.