

МОШ, 2009/10, заключительный этап, 7 класс

Условия и ответы

1 Почтальон Печкин и посылка

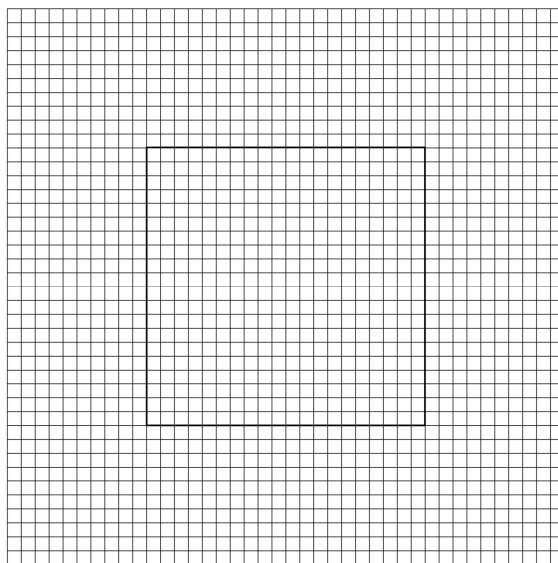
Почтальон Печкин выехал из райцентра Сметанино в деревню Простоквашино с посылкой для кота Матроскина. Он ехал со скоростью 15 км в час, а расстояние, которое ему надо было проехать, составляет 15 км. Приехав в Простоквашино, он обнаружил, что по дороге потерял посылку, и сразу же поехал за ней обратно. Когда он нашел посылку, то подобрал ее и снова поехал к коту. Тем временем кот Матроскин, который хотел как можно быстрее получить посылку, сразу после выезда Печкина из Простоквашино побежал за почтальоном со скоростью 5 км в час, и получил посылку через полчаса из рук Печкина, который уже снова ехал в Простоквашино. На каком расстоянии от Сметанино Печкин потерял посылку?

Ответ

Печкин потерял посылку на расстоянии $x = L - t \cdot \frac{v + V}{2} = 10$ км от Сметанино.

2 Вспашка квадратного поля трактором

На соревнованиях пахарей надо было как можно быстрее обработать трактором с навесными орудиями (боронами шириной 10 м) квадратный участок поля площадью 1 гектар (т.е. 100×100 м²). Трактор при этом мог двигаться только вперед со скоростью 2 м/с и совершать повороты с минимальным радиусом 10 м (по центру трактора) на той же скорости. Вне поля достаточно места для любых разворотов, и вся площадь поля должна быть проборонована. Предложите и нарисуйте на прилагаемом листе траекторию движения трактора, при движении по которой время, необходимое для обработки поля, будет как можно меньшим. Рассчитайте, чему равно это время.



Масштаб на листе: в 1 см — 10 м.

Ответ

Лучший из предложенных организаторами вариант (разворот только из дуг): $t \approx 655,8 \text{ с} \approx 10 \text{ мин. } 56 \text{ с.}$

3 Бочки на рычаге с двумя опорами

На легком горизонтальном рычаге с двумя опорами находятся пустые легкие бочки. Расстояние от оси левой бочки до левой опоры $a = 2$ метра, от оси правой бочки до правой опоры — $c = 3$ метра, расстояние между опорами $b = 1$ метр. В обе бочки одновременно начинают наливать с небольшой скоростью воду из разных кранов. Как должны соотноситься скорости v_1 и v_2 наполнения бочек, то есть массы воды, поступающие в единицу времени в каждую бочку, чтобы система оставалась в равновесии?

Ответ

Скорости v_1 и v_2 наполнения бочек должны удовлетворять условиям $\frac{1}{2} < \frac{v_2}{v_1} < 1$.

4 Винни-Пух и шарик с тёплым воздухом

В известном мультфильме про Винни-Пуха есть явное несоответствие: Винни-Пух надувает воздушный шарик обычным воздухом и взлетает на нём. Для того, чтобы воздушный шарик поднимался (а тем более поднимал Винни-Пуха), нужно, чтобы он был наполнен лёгким газом, плотность которого меньше плотности окружающего воздуха. Можно предположить, что Винни-Пух надувает шарик тёплым воздухом, плотность которого, как известно, меньше плотности холодного. Рассчитайте, каким должен быть в этом случае минимальный необходимый для подъёма объём шарика, если плотность тёплого воздуха внутри $\rho_1 = 1,13 \text{ кг/м}^3$, плотность холодного воздуха снаружи $\rho_2 = 1,29 \text{ кг/м}^3$, а масса Винни-Пуха $m = 5 \text{ кг}$.

Ответ

$$V = \frac{m}{\rho_2 - \rho_1} = 31,25 \text{ м}^3.$$