

МОШ, 2009/10, заключительный этап, 8 класс

Условия, ответы и решения

1 Муравьишка на кирпиче

На углу стандартного кирпича с размерами $250 \times 125 \times 65$ мм находится Муравьишка. Он может ползать по поверхности кирпича в любом направлении со скоростью 20 мм/сек. За какое минимальное время он сможет добежать до максимально удаленного от него угла кирпича?

Подсказка

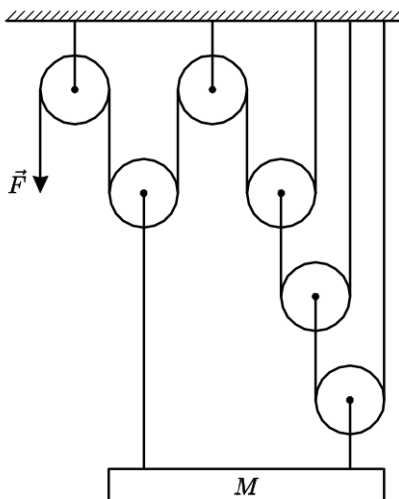
Мысленно разверните грани кирпича в одну плоскость: кратчайший путь по поверхности — прямая на развёртке. Переберите разные способы развернуть соседние грани.

Ответ

$$t_{\text{мин}} \approx 15,7 \text{ с.}$$

2 Шесть блоков и груз

Для удержания тяжелого груза используется система из шести блоков и нескольких тросов, прикрепленных к потолку так, как показано на рисунке. С какой силой F надо тянуть вниз за конец троса, свисающего с левого блока, чтобы удерживать груз массой $M = 500$ кг в равновесии? Участки тросов, не лежащие на блоках, вертикальны; весом блоков и тросов, а также трением можно пренебречь. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с².



Подсказка

Вдоль одного нерастяжимого троса, перекинутого через лёгкие блоки, сила натяжения одинакова. Пройдите от свободного конца к грузу и на каждом блоке запишите условие равновесия.

Ответ

$$F = Mg/10 = 500 \text{ Н.}$$

3 Стакан с шариками и льдом

В вертикальный цилиндрический стакан высотой $H = 10$ см и площадью дна $S = 100 \text{ см}^2$ налита вода до уровня $h = 8$ см. В стакан опустили, не разбрызгивая воду, $N_1 = 100$ стальных шариков объемом $V_1 = 1 \text{ см}^3$ каждый, а затем еще $N_2 = 50$ ледяных кубиков объемом $V_2 = 2,5 \text{ см}^3$. Какова оказалась после этого сила F давления на дно стакана? Плотность воды $\rho = 1 \text{ г/см}^3$, стали $\rho_1 = 7,8 \text{ г/см}^3$, льда $\rho_2 = 0,9 \text{ г/см}^3$, ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$, трением и атмосферным давлением пренебречь.

Подсказка

Проверьте, не переполнится ли стакан: сравните объём воды вместе с погружённой частью шариков и льда с объёмом стакана. Если вода выльется, учтите, что сила давления на дно равна весу всего, что осталось в стакане и на что опирается дно.

Ответ

$$F = \rho g H S + N_1 V_1 (\rho_1 - \rho) g = 16,8 \text{ Н.}$$

4 Кофе и слуга

Король любит за завтраком пить кофе, имеющий температуру ровно 50°C . Хитрый слуга наливает в чашку 60 г кофе, имеющего температуру 90°C , ждёт, пока он остынет до некоторой температуры, затем добавляет в чашку 20 г воды, имеющей температуру 20°C , перемешивает содержимое чашки и сразу подаёт королю. Какую температуру имеет кофе в момент добавления в него воды? Удельные теплоёмкости воды и кофе считать одинаковыми.

Подсказка

Тепло, отданное остывшим кофе при смешивании, равно теплу, полученному водой. Обозначьте искомую температуру за t ; охлаждение кофе до t в уравнение не входит.

Ответ

60°C .

5 Саша догоняет друзей

Друзья Вася и Петя, живущие в деревнях Липовка и Демушкино, были в гостях у своего друга Саши, который живёт в деревне Малиновка, расположенной точно посередине между деревнями Липовка и Демушкино. Нагостившись у Саши, Вася и Петя одновременно вышли и отправились каждый в свою деревню, чтобы вернуться домой через $t_0 = 60$ мин. Спустя $t_0/6 = 10$ мин после выхода своих друзей Саша обнаружил, что каждый из них забыл у него дома свои вещи. Саша решил догнать каждого из них по очереди и отдать им вещи. С какой минимальной скоростью u должен бежать Саша, чтобы успеть догнать каждого из своих друзей до того, как они вернутся в свои деревни? Скорости Васи и Пети одинаковы и равны $v = 5 \text{ км/час}$.

Подсказка

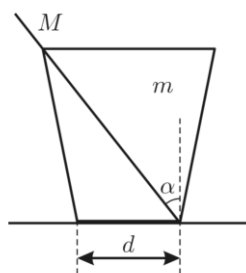
Саша догоняет первого друга, возвращается к Малиновке и затем догоняет второго. Выберите удобный отсчёт: после обгона первого друга расстояние между друзьями растёт с известной скоростью. Скорость Саши минимальна, когда он успевает ровно в момент прихода второго друга в деревню.

Ответ

$$u = v \frac{t_0 + t_1}{t_0 - t_1} = 2v = 10 \text{ км/ч, где } t_1 = t_0/6.$$

6 Палочка в пластиковом стаканчике

На горизонтальном столе стоит пластиковый стаканчик для чая, имеющий форму усеченного конуса. Масса стаканчика $m = 20$ г, диаметр его дна $d = 5$ см. В стаканчик поместили тонкую однородную палочку массой $M = 10$ г, расположив ее так, как показано на рисунке. При этом палочка оказалась наклоненной под углом $\alpha = 30^\circ$ к вертикали. При какой длине палочки L стаканчик не перевернется?



Подсказка

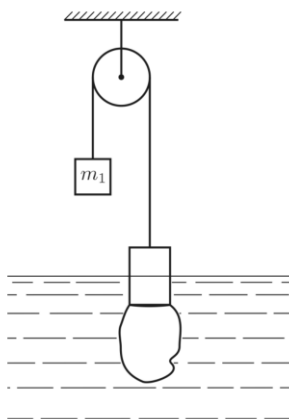
Стаканчик опрокинется вокруг ребра дна, на которое давит нижний конец палочки. Запишите условие равенства нулю суммарного момента сил относительно этого ребра в предельном случае.

Ответ

Стаканчик не перевернется при длине палочки $L \leq \frac{d(m + 2M)}{M \sin \alpha} = 40 \text{ см.}$

7 Бруски на блоке, вода и лёд

Через неподвижный блок перекинута легкая нерастяжимая нить, на концах которой висят два стальных цилиндрических бруска. Масса левого бруска $m_1 = 1$ кг. Вначале к нижнему основанию правого бруска был приморожен кусок льда неизвестной массы, а сами бруски удерживались вручную. Правый брусок с примороженным к нему куском льда погрузили в воду комнатной температуры, налитую в очень широкий сосуд, после чего бруски отпустили. Сразу после этого оказалось, что система находится в равновесии, когда правый брусок погружен в воду на половину своей высоты. После того, как весь примороженный лед растаял, правый брусок целиком погрузился в воду. При этом система снова оказалась в равновесии. Найдите массу правого бруска, а также массу примороженного к нему льда. Плотность воды $\rho_v = 1000 \text{ кг/м}^3$, плотность льда $\rho_l = 900 \text{ кг/м}^3$, плотность стали $\rho_c = 7800 \text{ кг/м}^3$. Изменением уровня воды в сосуде пренебречь.



Подсказка

Нить натянута силой $m_1 g$ с обеих сторон. Запишите условие равновесия правого бруска в двух состояниях (со льдом и без него); во втором брусок полностью под водой, а лёд при плавлении исчезает.

Ответ

$$m_2 = \frac{m_1}{1 - \rho_{\text{в}}/\rho_{\text{с}}} \approx 1,15 \text{ кг}, \quad m_{\text{л}} = \frac{m_1(\rho_{\text{в}}/\rho_{\text{с}})}{2 \left(1 - \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{с}}}\right) \left(\frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}} - 1\right)} \approx 0,66 \text{ кг}.$$

8 Алюминиевый шарик в стакане с водой

В цилиндрический стакан налита вода до уровня $h_0 = 10$ см при температуре $t_0 = 0$ °С. В стакан бросают алюминиевый шарик, вынутый из другого сосуда с водой, кипящей при температуре $t_{\text{к}} = 100$ °С. При этом уровень воды повышается на $x = 1$ см. Какой будет установившаяся температура в стакане? Удельные теплоемкости воды и алюминия $c_{\text{в}} = 4200$ Дж/(кг·°С) и $c_{\text{а}} = 920$ Дж/(кг·°С), плотности воды и алюминия $\rho_{\text{в}} = 1000$ кг/м³ и $\rho_{\text{а}} = 2700$ кг/м³. Теплоемкостью стакана можно пренебречь.

Подсказка

Подъём уровня на x даёт объём шарика, а значит и его массу; масса воды находится по высоте h_0 (площадь дна сократится). Дальше — уравнение теплового баланса.

Ответ

$$t = \frac{c_{\text{а}}\rho_{\text{а}}x t_{\text{к}} + c_{\text{в}}\rho_{\text{в}}h_0 t_0}{c_{\text{а}}\rho_{\text{а}}x + c_{\text{в}}\rho_{\text{в}}h_0} = 5,6 \text{ °С}.$$

Источник: Московская олимпиада школьников по физике, 2009/10, заключительный этап, 8 класс — условия (1), условия (2), решения (1), решения (2). Задачи перенабраны на botay.pro, решения — по официальным.