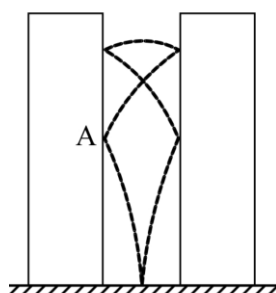


МОШ, 2009/10, заключительный этап, 9 класс

Условия и ответы

1 Мяч в арке

В арке около одной из стен стоит мальчик и бросает мяч из точки А, находящейся на высоте $h = 170$ см над землёй. Начальная скорость мяча $v_0 = 15$ м/с. Мяч вернулся в точку бросания спустя $t = 3$ с, описав траекторию, показанную на рисунке. Чему равно расстояние D между стенами арки? Все соударения мгновенные и абсолютно упругие, сопротивлением воздуха пренебречь, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

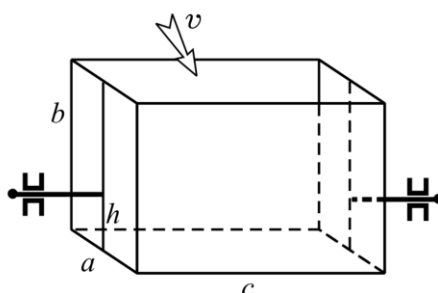


Ответ

$$D = \frac{t}{4} \sqrt{v_0^2 + 2gh - \frac{g^2 t^2}{4}} \text{ (возможны и другие формы записи).}$$

2 Опрокидывание чаши с водой

Легкая тонкостенная чаша в виде прямоугольного параллелепипеда с длинами ребер a , b и c свободно подвешена на горизонтальной оси так, что нижняя грань чаши с размерами $a \times c$ горизонтальна, а верхняя открыта (то есть отсутствует — см. рисунок). Ось проходит перпендикулярно граням параллелепипеда с размерами $a \times b$ в плоскости их симметрии на расстоянии $h < b/2$ от нижней грани $a \times c$. Чаша начинает наполняться водой со скоростью v м³/с. Через какое время чаша опрокинется, повернувшись вокруг оси? Что с ней будет происходить в дальнейшем, если скорость наполнения не меняется?



Ответ

Чаша опрокинется через время $T = \frac{2hac}{v}$, а затем будут происходить колебания: с периодом T вода будет сначала заполнять чашу, а потом выливаться из неё.

3 Перелив воды между бочками

В двух одинаковых бочках находится одинаковое количество воды. Температура воды в первой бочке $t_1 = 20^\circ\text{C}$, а во второй бочке $t_2 = 60^\circ\text{C}$. Из первой бочки перелили некоторое количество воды во вторую, и в ней установилась температура $t = 50^\circ\text{C}$. Затем из второй бочки перелили такое же количество воды в первую так, что воды в бочках снова стало поровну. Какая температура установится в первой бочке? Всеми потерями тепла во внешнюю среду и механической работой, совершенной при переливании воды, пренебречь.

Ответ

$$t_0 = t_2 + t_1 - t = 30^\circ\text{C}.$$

4 Блок питания с ограничением тока

Современный лабораторный блок питания работает так: сначала ему задаются значения тока I_0 и напряжения U_0 . После подключения нагрузки блок сам выбирает один из двух режимов: либо поддерживает напряжение на нагрузке равным U_0 , если при этом ток через нагрузку не больше I_0 — либо поддерживает ток через нагрузку равным I_0 , если при этом напряжение на нагрузке не больше U_0 . При каком сопротивлении нагрузки R в ней будет выделяться наибольшая мощность $W_{\max}$ и чему она равна?

Ответ

При сопротивлении нагрузки $R = U_0/I_0$ в ней выделяется максимальная мощность $W_{\max} = I_0 U_0$.

5 Конус на столе

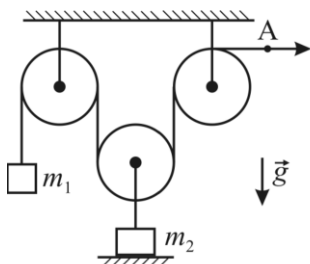
На горизонтальном столе лежит на боку однородный конус массой m с радиусом основания R и углом при вершине 2α . Для того, чтобы медленно поставить конус на вершину в положение, при котором его ось вертикальна, нужно совершить работу A . Какую минимальную работу A_1 нужно совершить для того, чтобы из исходного положения поставить конус на основание?

Ответ

$$A_1 = mgR \sqrt{1 + \left(\operatorname{ctg} \alpha - \frac{A}{mgR(1 - \sin \alpha)} \right)^2} - \frac{A \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}.$$

6 Сила на нити, груз на подставке

Какую силу F в горизонтальном направлении надо приложить к концу нити в точке А системы, изображенной на рисунке, чтобы груз массой m_2 не отрывался от подставки, а нить, к другому концу которой прикреплен груз массой m_1 , оставалась натянутой? Каким при этом может быть ускорение $\vec{a}$ груза m_1 ? Нить невесома и нерастяжима, блоки невесома, трение отсутствует, ускорение свободного падения равно g .



Ответ

$$0 < F \leq \frac{m_2 g}{2}, \quad -g < a \leq g \left(\frac{m_2}{2m_1} - 1 \right), \text{ где } a > 0 \text{ соответствует направлению вектора } \vec{a} \text{ вверх.}$$

7 Смесь воды и пара под поршнем

В цилиндре под поршнем находятся вода и водяной пар при температуре 100°C . Снаружи цилиндра — вакуум, на поршне стоит груз массой $m = 100$ кг, позволяющий создать внутри цилиндра давление $p = 10^5$ Па. Какое количество теплоты Q следует сообщить смеси, чтобы поднять гирю на высоту $h = 1$ м от начального положения? Удельная теплота парообразования воды $L = 2,26 \cdot 10^6$ Дж/кг, плотность водяного пара при 100°C равна $\rho = 0,58$ кг/м³.

Ответ

$$Q = \frac{L\rho}{p} mgh \approx 13 \text{ кДж.}$$

8 Омметр из батарейки и миллиамперметра

Вова и Дима решили изготовить прибор для измерения сопротивления резисторов — «омметр». Для этого они взяли батарейку с известным постоянным напряжением $U = 1,5$ В, резистор с известным сопротивлением $R = 150$ Ом, миллиамперметр с диапазоном от 0 мА до 20 мА, соединительные провода и две клеммы для подсоединения измеряемого сопротивления. Нарисуйте, какие возможные схемы из этих элементов могут собрать Вова и Дима, и объясните, как в этих схемах показания миллиамперметра можно перевести в величину измеряемого сопротивления R_x .

Ответ

Возможны три принципиально разные схемы сборки омметра (см. рисунки):

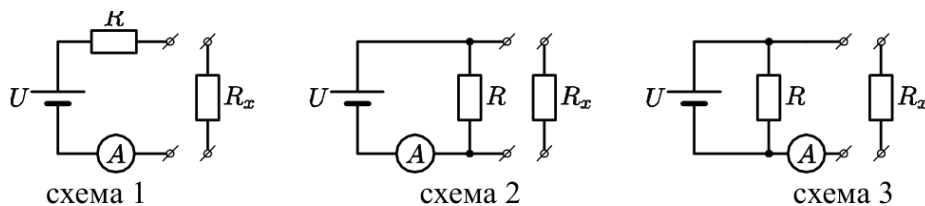


Схема 1: $R_x = U/I - R$, диапазон измерений от 0 до ∞ Ом. Схема 2: $R_x = \frac{UR}{IR - U}$, диапазон измерений от 150 Ом до ∞ Ом. Схема 3: $R_x = U/I$, диапазон измерений от 75 Ом до ∞ Ом.