

МОШ, 2011/12, заключительный этап, 10 класс

Условия, ответы и решения

1 Брусок под углом

На горизонтальном столе лежит деревянный брусок. Коэффициент трения между поверхностью стола и бруском $\mu = 0,1$. Если приложить к бруску силу, направленную вверх под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту, то брусок будет двигаться по столу с ускорением $a = 0,18 \text{ м/с}^2$. Под каким углом β надо приложить к бруску такую же по модулю силу, чтобы брусок двигался по столу равномерно? Ответ округлите до целых градусов. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Подсказка

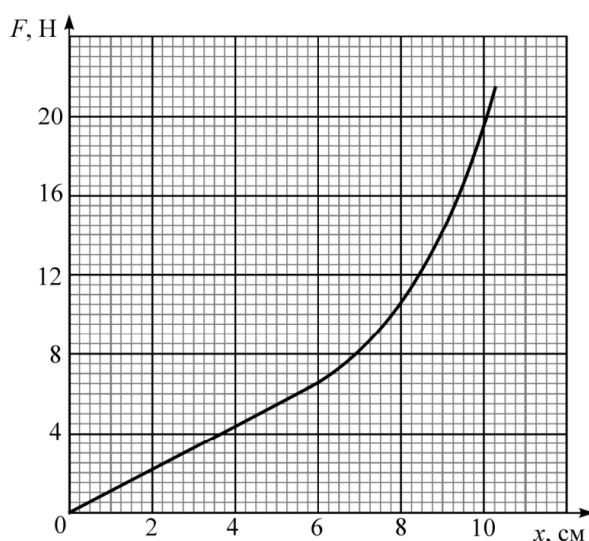
Из первого опыта найдите модуль силы через m , затем запишите условие равномерного движения при угле β ; сила тяги и сила трения (с учётом того, что сила вверх разгружает стол) должны уравновеситься.

Ответ

$$\beta = \pm \arccos\left(\frac{\mu g(\cos \alpha + \mu \sin \alpha)}{\sqrt{1 + \mu^2}(a + \mu g)}\right) + \arctg \mu, \text{ т.е. } \beta_1 \approx 45^\circ \text{ или } \beta_2 \approx -34^\circ.$$

2 Нелинейная пружина

На рисунке показан график зависимости модуля силы F растяжения пружины от её удлинения x (при больших деформациях пружина не подчиняется закону Гука). Пружину прикрепляют одним концом к потолку. К другому концу пружины, не деформируя её, аккуратно подвешивают груз массой $m = 650 \text{ г}$, после чего отпускают груз без начальной скорости. Оцените, на какую максимальную длину растянется пружина. Трением и массой пружины пренебречь, ускорение свободного падения принять равным $g = 10 \text{ м/с}^2$.



Подсказка

В нижней точке скорость груза равна нулю, значит, работа силы тяжести равна по модулю работе силы упругости. Обе работы — площади под графиками на плоскости (x, F) .

Ответ

$x_0 \approx 10$ см.

3 Стакан в водоёме

Небольшой пустой тонкостенный цилиндрический стакан объёмом V_0 переворачивают вверх дном и медленно погружают в глубокий водоём, удерживая ось стакана в вертикальном положении. Над поверхностью водоёма находится воздух (атмосферное давление p_0), температура которого равна температуре воды, а относительная влажность 100%. По какому закону будет изменяться модуль выталкивающей силы, действующей на стакан, при его погружении от поверхности воды в водоём на глубину H ? Плотность воды равна ρ , ускорение свободного падения g , давление насыщенных паров воды при данной температуре p_n .

Подсказка

Пар в стакане насыщенный, его давление не меняется; сжимается только сухой воздух по закону Бойля – Мариотта. Выталкивающая сила определяется объёмом, который занимает смесь в стакане.

Ответ

$$F_A = \rho g V_0 \frac{p_0 - p_n}{p_0 - p_n + \rho g H} = \frac{\rho g V_0}{1 + \frac{\rho g H}{p_0 - p_n}}.$$

4 Лёд в бассейне

После поломки систем отопления и водоснабжения бассейна объёмом V часть воды вытекла из него, а оставшаяся часть замёрзла. В итоге в бассейне остался лёд объёмом $(10/27)V$ при температуре 0°C . В бассейн начинают наливать воду. Какую температуру должна иметь вода, чтобы, когда лёд растает, и бассейн будет полностью заполнен, вода в нём имела температуру $t = 20^\circ\text{C}$? Плотности воды и льда $\rho_v = 1000$ кг/м³ и $\rho_l = 900$ кг/м³, удельные теплоёмкости воды и льда $c_v = 4200$ Дж/(кг·°C) и $c_l = 2100$ Дж/(кг·°C) соответственно, удельная теплота плавления льда $\lambda = 335$ кДж/кг. Потерями теплоты пренебречь.

Подсказка

Найдите объём, а значит и массу доливаемой воды: после таяния льда бассейн полон. Затем составьте уравнение теплового баланса: долитая вода остывает до t , а лёд плавится и его вода нагревается от 0°C до t .

Ответ

$$t_0 = t + \frac{10\rho_l(t + \lambda/c_v)}{27\rho_v - 10\rho_l} \approx 70^\circ\text{C}.$$

5 Аккумулятор телефона

Ёмкость аккумуляторов мобильных телефонов часто измеряют в миллиампер-часах (мАч). Эта величина показывает, сколько часов может работать аккумулятор, давая ток силой в один миллиампер. Ёмкость некоторого аккумулятора равна $q = 950$ мАч. Мобильный телефон после зарядки аккумулятора проработал $t = 80$ ч, а напряжение на аккумуляторе было почти постоянно и равно $U = 3,6$ В, после чего аккумулятор разрядился. Чему равна средняя мощность, потреблявшаяся телефоном в этот период времени? Аккумулятор считать идеальным источником.

Подсказка

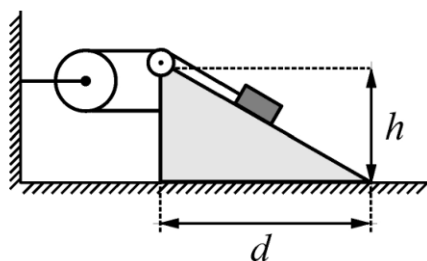
Ёмкость в мА·ч — это полный заряд, прошедший через аккумулятор при разрядке. Умножьте его на напряжение, чтобы получить работу тока.

Ответ

$$P = \frac{qU}{t} \approx 43 \text{ мВт.}$$

6 Клин с шайбой на нити

На гладкой горизонтальной поверхности находится клин с высотой $h = 30$ см и шириной основания $d = 40$ см. На его гладкой наклонной плоскости находится маленькая шайба, соединённая с клином при помощи невесомой нерастяжимой нити, перекинутой через два блока (см. рисунок). Блоки невесомые и вращаются без трения, масса клина в $n = 8$ раз больше массы шайбы. С каким ускорением начнёт двигаться клин после отпускания? Ускорение свободного падения считайте равным $g \approx 9,8 \text{ м/с}^2$. Движение клина — поступательное.



Подсказка

Нить связывает перемещения шайбы и клина: найдите, как проекции ускорения шайбы выражаются через ускорение клина. Затем удобно записать закон сохранения энергии или уравнения движения клина и шайбы.

Ответ

$$A = \frac{2g \sin \alpha}{n + 5 - 4 \cos \alpha} = \frac{6}{49} g \approx 1,2 \text{ м/с}^2.$$

7 Стержни в полусферической чаше

Гладкая полусферическая чаша неподвижно закреплена на столе так, что её ось симметрии вертикальна. В чашу последовательно кладут два тонких неоднородных стержня одинаковой массы и одинаковой длины, меньшей диаметра чаши. Первый стержень в положении равновесия образует с горизонтом угол α_1 , а второй — угол $\alpha_2 < \alpha_1$. Затем стержни скрепляют друг с другом боковыми поверхностями так, что они образуют новый тонкий стержень прежней длины, и кладут получившийся составной стержень обратно в чашу. Какой угол с горизонтом будет образовывать в положении равновесия этот составной стержень?

Подсказка

В равновесии центр масс стержня лежит на вертикали, проходящей через центр чаши. Выразите через угол наклона положение центра масс относительно конца стержня и сложите положения для двух стержней (с учётом их возможной ориентации).

Ответ

$$\alpha = \arctg\left(\frac{1}{2}(\operatorname{tg} \alpha_1 \pm \operatorname{tg} \alpha_2)\right).$$

8 Водяная ракета

«Водяная ракета» представляет собой полторалитровую ($V = 1,5$ л) бутылку, в которую налито небольшое количество воды массой $m = 200$ г. Ракета несёт полезный груз, закреплённый на её корпусе снаружи. Бутылка заткнута резиновой пробкой, а давление воздуха в ней равно $p = 5$ атмосфер. Оцените, на какую высоту взлетит эта ракета, запущенная вертикально вверх из перевернутого положения в результате быстрого выброса воды после удаления пробки. В момент старта ракета была неподвижна. Общая масса взлетевшей ракеты с «боеголовкой» $M = 0,5$ кг. Считайте, что давление в бутылке при выбросе воды меняется не сильно. Массой пробки и воздуха в бутылке пренебречь. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Подсказка

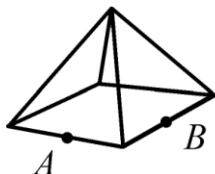
Работа газа при выбросе воды $p \Delta V$ идёт на кинетическую энергию воды и ракеты; импульсы воды и ракеты равны, поэтому энергия делится обратно пропорционально массам.

Ответ

$$h = \frac{K_M}{Mg} = \frac{(4/5)p \Delta V m}{Mg(m + M)} = \frac{4pm^2}{5\rho Mg(m + M)} \approx 4,6 \text{ м.}$$

9 Четырёхугольная проволочная пирамида

Из проволоки сделали правильную четырёхугольную пирамиду, все рёбра которой имеют одинаковое сопротивление R . К серединам двух соседних (перпендикулярных) рёбер основания подсоединили выводы A и B омметра — прибора для измерения сопротивлений. Что покажет омметр?



Подсказка

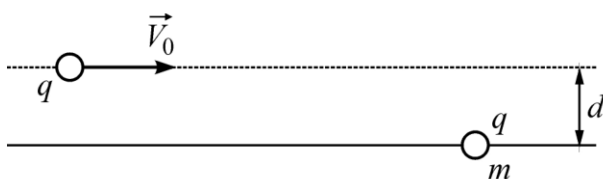
Воспользуйтесь симметрией схемы относительно плоскости, проходящей через точки A и B и вершину: точки с равными потенциалами можно соединить проводником.

Ответ

$2R/3$.

10 Бусинка и движущийся заряд

По длинному непроводящему стержню может без трения перемещаться бусинка массой m и зарядом q . Вдоль стержня на расстоянии d от него перемещают с постоянной скоростью V_0 точечный заряд q . Считая, что в начальный момент бусинка покоилась и была бесконечно удалена от точечного заряда, определите максимальную скорость $V_{\max}$ бусинки. Постройте график зависимости $V_{\max}$ от V_0 .



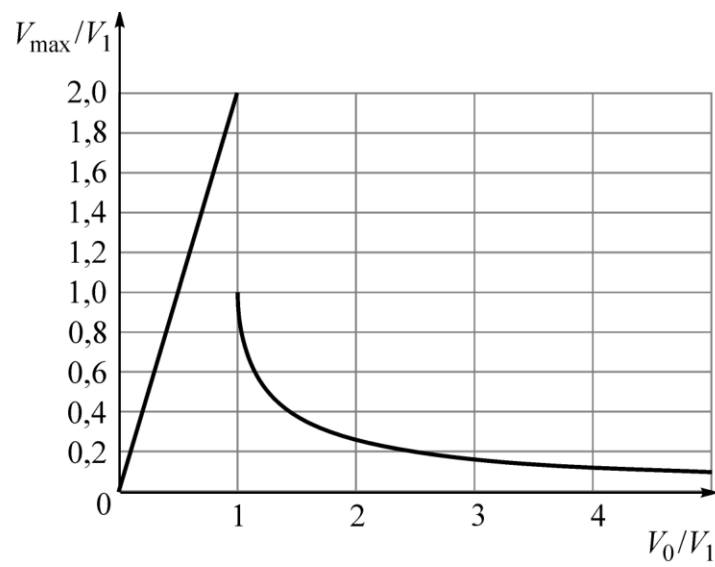
Подсказка

Перейдите в систему отсчёта, где точечный заряд покоится: там сохраняется энергия бусинки. Есть критическая скорость V_0 , ниже которой бусинка не может «пройти» мимо заряда.

Ответ

$$V_{\max} = \begin{cases} 2V_0 & \text{при } V_0 < V_1, \\ V_0 - \sqrt{V_0^2 - V_1^2} & \text{при } V_0 > V_1, \end{cases}$$

где $V_1 = \sqrt{\frac{2kq^2}{md}}$, $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$. График зависимости $V_{\max}/V_1$ от V_0/V_1 :



Источник: Московская олимпиада школьников по физике, 2011/12, заключительный этап, 10 класс — условия (1), условия (2), решения (1), решения (2). Задачи перенабраны на botay.pro, решения — по официальным.