

МОШ, 2012/13, заключительный этап, 10 класс

[Условия, ответы и решения](#)

1 Пешеход и велосипедист в Демушкино

Школьники Владислав и Ярослав стартовали из деревни Липовка в деревню Демушкино: Владислав направился пешком, а Ярослав — спустя $t_1 = 8$ мин. на велосипеде. Добравшись до Демушкино, каждый из школьников развернулся и продолжил движение обратно с прежней скоростью. Ярослав прибыл обратно в Липовку на $t_2 = 32$ мин. раньше Владислава. На дистанции школьники встретились два раза, причём обе встречи произошли на одинаковом расстоянии от середины дистанции. Во сколько раз скорость велосипедиста больше скорости пешехода? Сколько времени прошло между встречами?

Подсказка

Нарисуйте графики координат обоих школьников от времени. Из симметрии встреч относительно середины дистанции следует связь между моментами встреч и временем прибытия в Демушкино.

Ответ

Скорость велосипедиста больше скорости пешехода в $k = \frac{t_1 + t_2}{t_2 - 3t_1} = 5$ раз; между встречами прошло время $\Delta t = \frac{(t_1 + t_2)(t_2 - 3t_1)}{8t_1} = 5$ мин.

2 Груз на верёвке над рекой

Проводя опыты с верёвкой, школьник Вася обнаружил, что её удлинение пропорционально растягивающей силе, причём при силе натяжения $F_0 = 4$ кН удлинение составляет 20% от начальной длины. Вася закрепил концы верёвки на стволах двух деревьев, расположенных на расстоянии $L = 20$ м друг от друга на разных берегах реки. Верёвка оказалась на высоте $0,1L = 2$ м над водой. Груз какой максимальной массы можно прикрепить к середине верёвки, чтобы он в положении равновесия не оказался в воде? Решите задачу в двух случаях: (а) длина ненатянутой верёвки равна L ; (б) верёвка вначале натянута с силой $F_0/3$, то есть длина ненатянутой верёвки меньше L . Размерами груза можно пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Подсказка

Условие равновесия груза — равенство веса сумме вертикальных составляющих двух сил натяжения. Натяжение найдите по закону Гука через новую длину провисшей верёвки.

Ответ

(а) $m \approx 0,04 F_0/g = 16$ кг; (б) $m \approx 0,176 F_0/g = 70,4$ кг.

3 Остывание воды до замерзания

Школьник Владислав исследует охлаждение воды в стакане на морозе. Владислав заметил, что охлаждение от температуры 91°C до 89°C происходит за 3 минуты, а от температуры 31°C до 29°C — за 6 минут. За какое время будет происходить охлаждение от 11°C до 9°C ? А от $+1^\circ\text{C}$ до -1°C ? Считайте, что мощность теплоотдачи пропорциональна разности температур стакана и окружающей среды. Удельные теплоёмкости воды и льда составляют $4,2 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$ и $2,1 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$ соответственно, удельная теплота плавления льда $336 \text{ кДж}/\text{кг}$. Теплоёмкостью стакана пренебречь.

Подсказка

По двум данным временам найдите температуру окружающей среды и коэффициент теплоотдачи. Для перехода через 0°C учтите, что вода сначала замерзает при постоянной температуре.

Ответ

Время охлаждения от 11°C до 9°C составит 9 минут, а время охлаждения от $+1^\circ\text{C}$ до -1°C составит 8 ч.

4 Температура в центре Солнца

Оцените температуру в центре Солнца. Считайте, что плотность вещества Солнца постоянна, а в центре Солнца атомы водорода полностью распадаются на протоны и электроны, образуя плазму с молярной массой $\mu = 0,5 \text{ г}/\text{моль}$, для которой можно использовать уравнение идеального газа. Первая космическая скорость для Солнца (скорость движения спутника вблизи поверхности Солнца) составляет $V = 400 \text{ км}/\text{с}$. Универсальная газовая постоянная $R = 8,3 \text{ Дж}/(\text{моль}\cdot\text{K})$.

Примечание. В качестве правильных принимаются ответы вида $T \sim \mu V^2/R$ с любым безразмерным коэффициентом порядка единицы. В частности, если ускорение свободного падения всюду считается равным g , баллы за это не снижаются.

Подсказка

Давление в центре оцените как давление столба вещества высотой порядка радиуса Солнца, а ускорение свободного падения выразите через первую космическую скорость.

Ответ

Температура в центре Солнца $T \approx \frac{\mu V^2}{2R} \approx 5 \cdot 10^6 \text{ K}$.

5 Равновесие заряда в вершине треугольника

В трёх вершинах равностороннего треугольника ABC разместили электрические заряды: в вершинах A и B — закреплённые электрические заряды $+q$ и $-q$ соответственно, в вершине C — незакреплённый электрический заряд $+q_1$. Укажите, в какой точке D плоскости ABC надо разместить ещё один электрический заряд $+q$, чтобы находящийся в точке C электрический заряд $+q_1$ находился в равновесии?

Подсказка

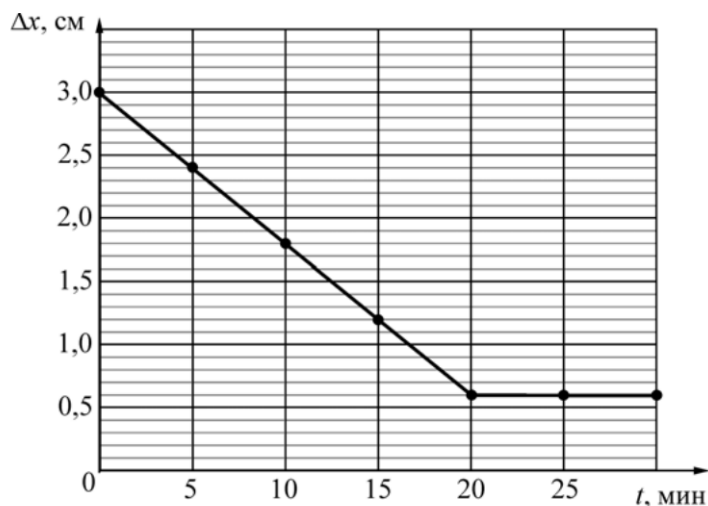
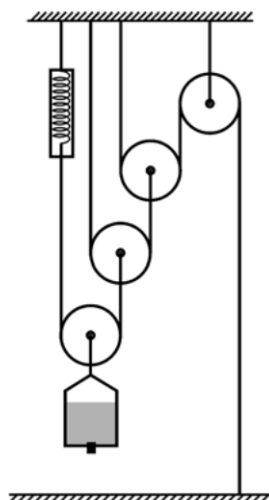
Силы со стороны зарядов $+q$ и $-q$ на q_1 равны по модулю; найдите их направления и определите, куда должна быть направлена сила от нового заряда.

Ответ

Заряд $+q$ надо расположить в вершине D параллелограмма $ACDB$.

6 Блоки, динамометр и вытекающая вода

На лабораторной работе по физике отличнику Грише и красавице Арише с помощью системы блоков, изображённой на рисунке, требовалось измерить массу воды, налитой в сосуд, который сам был нелёгким. К одной из нитей Гриша прикрепил динамометр, жёсткость пружины которого была известна и равна 1000 Н/м . Гриша налил воды в сосуд и аккуратно измерил удлинение пружины. В этот момент Ариша случайно задела небольшую пробку в дне сосуда и, вооружившись тряпкой, стала ликвидировать растекающуюся по столу воду. Гришу же заинтересовало совсем другое явление — он стал записывать значения удлинения пружины, поглядывая на часы. Используя график, получившийся у ребят, определите, сколько граммов воды в секунду вытекало из сосуда.



Подсказка

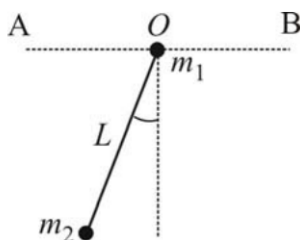
Найдите, во сколько раз сила натяжения нити с динамометром меньше веса сосуда с водой (условие равновесия блоков), и свяжите изменение удлинения пружины с изменением массы воды.

Ответ

4 г/с.

7 Два шарика на стержне после освобождения

Два маленьких шарика 1 и 2, масса каждого из которых m , соединены невесомым стержнем длиной L . Первый шарик шарнирно закреплён в точке O , а второй шарик совершает колебания в вертикальной плоскости. В один из моментов, когда стержень был вертикален, верхний шарик освободили из крепления. Когда угол между стержнем и вертикалью оказался равным $\beta > 0$, шарик 2 приблизился к прямой AB на минимальное расстояние. С какой скоростью двигался шарик 2 в момент освобождения шарика 1? Сопротивлением воздуха пренебречь.



Подсказка

После освобождения горизонтальная составляющая импульса системы сохраняется, а центр масс движется как тело в поле тяжести. Что можно сказать о вертикальной скорости шарика 2 в момент наибольшего подъёма?

Ответ

Шарик 2 двигался в момент освобождения шарика 1 по горизонтали со скоростью $V_2 = \sqrt{\frac{2gL\beta}{\sin \beta}}$.

8 Влажность выхлопа отопления

Отопление на даче работает на природном газе — метане CH_4 , который сжигается в воздухе, соединяясь с кислородом O_2 . Из трубы дома в атмосферу выходят продукты сгорания: вода H_2O и углекислый газ CO_2 , а попутно с ними — не участвовавший в горении азот; кислорода нет совсем. Температура на выходе из трубы составляет 100°C . Найдите относительную влажность смеси газов, выходящих из трубы. Считайте, что в атмосферном воздухе на каждую молекулу кислорода приходятся 4 молекулы азота, а наличием других газов можно пренебречь.

Подсказка

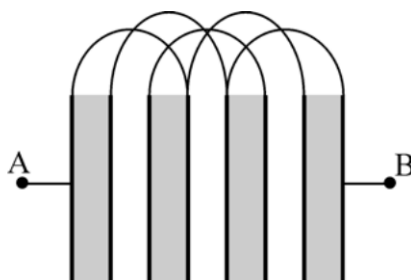
Запишите уравнение реакции горения метана и найдите, сколько молекул каждого газа выходит на одну молекулу метана. Парциальное давление пара пропорционально доле его молекул, а при 100°C давление насыщенного пара равно атмосферному.

Ответ

Относительная влажность смеси равна $\varphi = 2/11 \approx 18\%$.

9 Восемь пластин с диэлектриком

Система, изображённая на рисунке, состоит из восьми одинаковых параллельных металлических пластин площадью S . Расстояние между соседними пластинами равно d . Промежутки между некоторыми пластинами заполнены диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ϵ , и ряд пластин соединён друг с другом проволочными перемычками (см. рисунок). Найдите ёмкость C_{AB} получившейся системы конденсаторов.



Подсказка

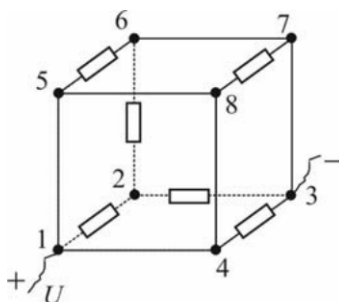
Пластины, соединённые перемычками, имеют один потенциал: определите, какие промежутки образуют конденсаторы и как они соединены (параллельно или последовательно) между A и B .

Ответ

$$C_{AB} = \frac{S\epsilon_0 (5\epsilon + 3)}{2d}.$$

10 Куб с шестью резисторами

В шесть рёбер куба впаяны одинаковые резисторы с сопротивлениями R , как показано на рисунке. Сопротивления перемычек в остальных рёбрах куба одинаковы и очень малы. Источник напряжения U подключен к выводам 1 и 3 куба. Найдите токи, текущие через рёбра куба, и общее сопротивление куба.

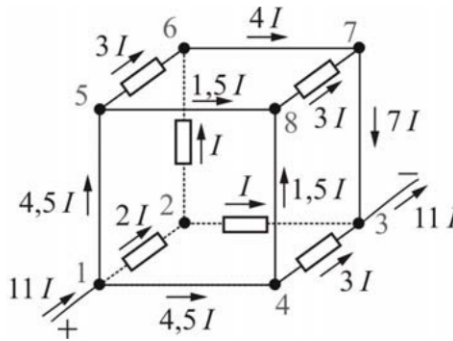


Подсказка

Узлы, соединённые перемычками без сопротивления, имеют одинаковый потенциал. Объедините их и перерисуйте схему.

Ответ

Сопротивление цепи равно $3R/11$, силы токов показаны на рисунке (через I обозначена сила тока $I = U/(3R)$).



Источник: Московская олимпиада школьников по физике, 2012/13, заключительный этап, 10 класс — условия (1), условия (2), решения (1), решения (2). Задачи перенабраны на botay.pro, решения — по официальным.