

МОШ, 2012/13, заключительный этап, 9 класс

Условия, ответы и решения

1 Камень и забор

Камень, брошенный вертикально вверх с поверхности Земли, через промежуток времени $\tau = 1$ с после начала движения оказался выше забора высотой $h = 4$ м, а еще через этот же промежуток времени $\tau = 1$ с – ниже этого забора. Какой могла быть начальная скорость камня? В какой момент времени от начала движения могла быть достигнута максимальная высота подъема камня? До какой максимальной высоты мог подняться камень? Ускорение свободного падения считайте равным $g = 10$ м/с², сопротивление воздуха не учитывайте.

Подсказка

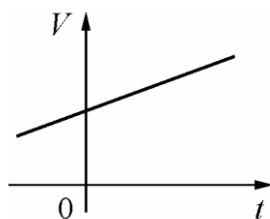
Запишите два неравенства на высоту камня в моменты τ и 2τ через начальную скорость v_0 . Они задают границы допустимых v_0 ; затем выразите через v_0 время и высоту подъема.

Ответ

Начальная скорость от 9 м/с до 12 м/с; максимальная высота достигалась в момент времени от 0,9 с до 1,2 с; максимальная высота подъема от 4,05 м до 7,2 м.

2 Сечение капилляра по графику

Расстояние между отметками 35 °С и 42 °С шкалы медицинского ртутного термометра равно 5 см, а в резервуаре термометра хранится 2 г ртути. Оцените по этим данным площадь поперечного сечения капилляра термометра (в квадратных миллиметрах). График зависимости объема V ртути от температуры t , выраженной в градусах Цельсия, является прямой линией, изображенной на рисунке. При 100 °С объем ртути в 1,018 раз больше объема ртути при 0 °С. Плотность ртути при температуре 0 °С считайте равной 13,6 г/см³. Тепловым расширением стекла можно пренебречь.



Подсказка

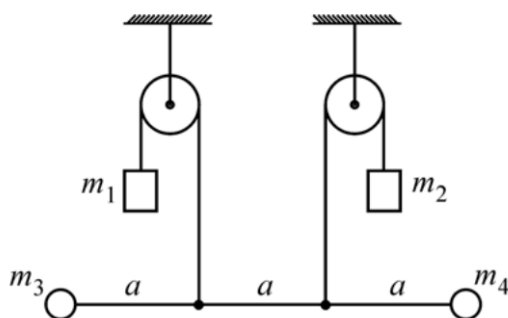
Из линейности графика найдите, на какую долю объема при 0 °С меняется объем ртути при нагревании на 1 °С, и вычислите объем ртути по массе и плотности. Приращение объема на интервале 35–42 °С равно произведению сечения на длину столбика.

Ответ

$$S \approx 0,0037 \text{ мм}^2.$$

3 Горизонтальный стержень с блоками

На рисунке изображен легкий горизонтальный жесткий стержень длиной $3a$, к которому на расстояниях a и $2a$ от одного из концов прикреплены вертикальные нити, перекинутые через блоки. К противоположным концам нитей прикреплены грузы массами m_1 и m_2 . К концам стержня прикреплены грузы массами m_3 и m_4 . Известно, что $m_1 = 1 \text{ кг}$ и $m_3 = 2 \text{ кг}$. Какими должны быть массы m_2 и m_4 , чтобы система находилась в равновесии?



Подсказка

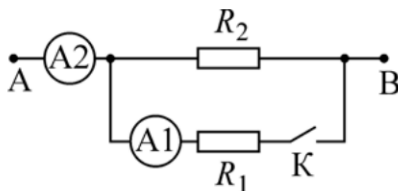
Через идеальный блок сила натяжения нити одна и та же с обеих сторон. Запишите условия равенства нулю суммы сил и суммы моментов относительно одного из концов стержня.

Ответ

$$m_2 = 3m_3 - 2m_1 = 4 \text{ кг}; \quad m_4 = 2m_3 - m_1 = 3 \text{ кг}.$$

4 Амперметры и ключ

Школьница Ирина проводила опыты с электрической цепью, схема которой изображена на рисунке. Когда Ирина подключила выводы А и В цепи к батарейке и замкнула ключ К, она заметила, что амперметр А1 показывает значение силы тока $I_1 = 1 \text{ мА}$, а амперметр А2 – значение $I_2 = 3 \text{ мА}$. Какими будут показания амперметров, когда Ирина разомкнет ключ? Приборы считайте идеальными.



Подсказка

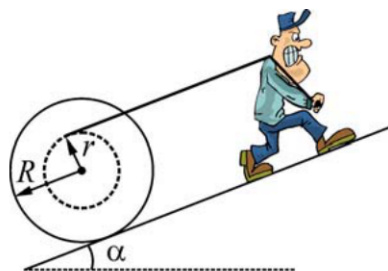
Какое напряжение приложено к резистору R_2 при замкнутом и при разомкнутом ключе? Подумайте, как изменится ток через R_2 , если батарейка идеальная, и что покажет амперметр А1 в ветви с разомкнутым ключом.

Ответ

Амперметр А1 покажет отсутствие тока; показание амперметра А2 будет равно $I_2 - I_1 = 2$ мА.

5 Катюшка с канатом на горке

Рабочий катит катушку с канатом вверх по плоской горке, образующей угол $\alpha \approx 6^\circ$ с горизонтом, одновременно разматывая канат (см. рис). Внешний радиус катушки равен $R = 60$ см, внутренний – $r = 40$ см, а масса катушки с канатом равна $m = 100$ кг. Катушка катится без проскальзывания и делает один полный оборот за время $t = 4$ с, причем её центр движется равномерно. С какой скоростью идёт рабочий? Какой выигрыш в силе он получает при таком подъёме? С какой силой он тянет за конец каната? Какую полезную мощность он развивает? Массой размотанного участка каната пренебречь, считать $\sin 6^\circ \approx 0,10$.



Подсказка

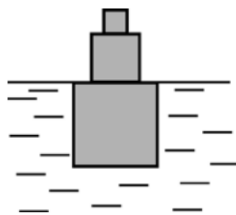
Мгновенный центр скорости катушки лежит в точке касания с горкой. Найдите скорость точки каната, с которой рабочий идёт вместе, и примените «золотое правило механики» (равенство работ) для выигрыша в силе.

Ответ

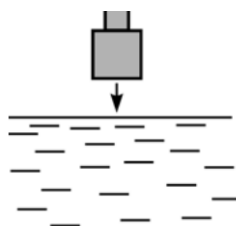
$V = \frac{2\pi R}{t} \left(1 + \frac{r}{R}\right) \approx 1,57$ м/с; $k = 10 \left(1 + \frac{r}{R}\right) \approx 16,7$; $F = \frac{mg}{10(1 + r/R)} = 60$ Н; $P = FV \approx 94$ Вт.

6 Три кубика в воде

У школьника Вовы есть три кубика разных размеров. Длина ребра первого кубика равна $l = 10$ см, второго – $2l = 20$ см, а третьего – $3l = 30$ см. Вова поставил кубики один на другой так, как показано на рисунке слева, погрузил в воду и отпустил. При установившемся равновесии самый большой кубик полностью погрузился в воду, а два других находились над водой. Кубики однородны и сделаны из одного и того же материала.



1. Определите плотность этого материала, если известно, что плотность воды равна 1000 кг/м^3 .
2. Вова хочет погрузить в воду два кубика (маленький и средний), рисунок справа. Определите, где будет находиться граница раздела кубиков: над водой, под водой или точно на уровне воды. Если над водой или под водой, то вычислите, на каком расстоянии от поверхности воды окажется граница раздела кубиков.



Подсказка

В обоих случаях запишите равенство силы тяжести и силы Архимеда для всей стопки. Объёмы кубиков относятся как $1 : 8 : 27$. Во втором случае неизвестна глубина погружения среднего кубика.

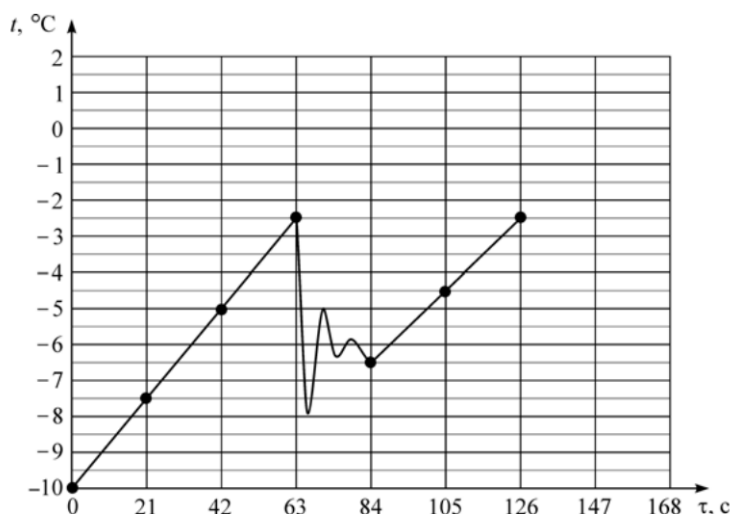
Ответ

1) $\rho = \frac{3\rho_0}{4} = 750 \text{ кг/м}^3$; 2) граница раздела кубиков будет над поверхностью воды на расстоянии $5l/16 \approx 3,1 \text{ см}$.

7 Время извлечения капсулы со снегом

По счастливой случайности отличнику Грише и первой красавице Арише выпало вместе делать лабораторную работу по физике. В работе требовалось поместить капсулу со снегом в нагреваемый калориметр и извлечь ее точно в тот момент, когда весь снег растает, а температура образовавшейся воды все еще будет равна 0°C .

Гриша аккуратно рассчитал точное время начала и завершения измерений, включил печь, поместил $0,5\text{ кг}$ снега в калориметр и ровно в $9:00$ по московскому времени начал измерения. «Скучно», – примерно через минуту подумала Ариша, и подсыпала немного снега в калориметр. Гриша в ужасе смотрел на график и печально думал «Красота требует жертв...»



Используя график, определите, каково теперь должно быть точное московское время извлечения капсулы из калориметра, чтобы выполнить условия лабораторной работы.

У снега удельная теплота плавления $\lambda = 330\text{ кДж/кг}$, а удельная теплоемкость $c = 2,1\text{ кДж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$.

Подсказка

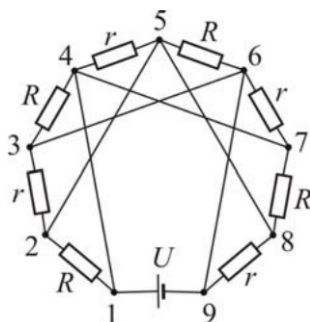
По наклону участков графика до и после добавления снега найдите мощность печи и теплоёмкость содержимого. Добавленную массу снега можно определить из изменения наклона, после чего посчитайте время нагрева до 0°C и плавления.

Ответ

Капсулу нужно извлечь в 9 часов 30 минут и 2,25 секунды по московскому времени.

8 Резисторы с перемычками

Система, изображённая на рисунке, состоит из резисторов двух типов, с сопротивлениями $R = 2r = 200 \text{ Ом}$ и $r = 100 \text{ Ом}$, источника постоянного напряжения $U = 9 \text{ В}$ и шести перемычек (проводов, сопротивлением которых можно пренебречь). Найдите силы токов через все резисторы, перемычки и источник напряжения.



Подсказка

Узлы, соединённые перемычками, имеют одинаковые потенциалы. Объедините их и перерисуйте схему с меньшим числом узлов, затем найдите напряжения на резисторах и применяйте правило узлов.

Ответ

Токи через резисторы: $I_{12} = 25 \text{ мА}$, $I_{23} = 40 \text{ мА}$, $I_{34} = -45 \text{ мА}$, $I_{45} = 50 \text{ мА}$, $I_{56} = 20 \text{ мА}$, $I_{67} = -90 \text{ мА}$, $I_{78} = 25 \text{ мА}$, $I_{89} = 40 \text{ мА}$; токи через перемычки: $I_{52} = 15 \text{ мА}$, $I_{58} = 15 \text{ мА}$, $I_{36} = 85 \text{ мА}$, $I_{69} = 195 \text{ мА}$, $I_{47} = 115 \text{ мА}$, $I_{14} = 210 \text{ мА}$; ток через источник $I_{91} = 235 \text{ мА}$.