

МОШ, 2013/14, заключительный этап, 11 класс

Условия и ответы

1 Чемодан в тормозящем поезде

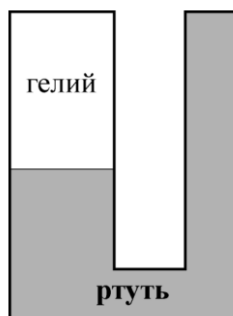
Подходящий к станции поезд движется со скоростью $V = 36$ км/ч. Один из пассажиров поставил чемодан на пол длинного коридора вагона. Но тут поезд начал тормозить, двигаясь до полной остановки равнозамедленно с ускорением, равным по модулю $a = 2$ м/с². Чемодан при этом стал скользить по полу и прошёл до своей полной остановки путь $S = 12$ м относительно вагона. Определите коэффициент трения между чемоданом и полом, а также модуль максимальной скорости, которую имел чемодан относительно вагона.

Ответ

Коэффициент трения $\mu = \frac{aV^2}{g(2aS + V^2)} = \frac{5}{37} \approx 0,135$; максимальная скорость чемодана относительно вагона $u_{\max} = \frac{2aSV}{2aS + V^2} \approx 3,24$ м/с.

2 Гелий над ртутью

На рисунке изображены два вертикальных сообщающихся цилиндрических сосуда. Верх левого сосуда герметично запаян, и этот сосуд частично заполнен гелием. Правый сосуд до краев наполнен ртутью так, что часть ртути находится в левом сосуде, и гелий заперт ею. Система помещена в вакуум. Гелию начинают медленно сообщать теплоту и продолжают нагревание до тех пор, пока ртуть остаётся в левом сосуде. Определите удельную теплоёмкость гелия в этом процессе.

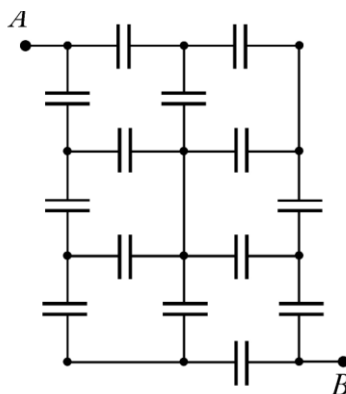


Ответ

Удельная теплоёмкость гелия в данном процессе $c = \frac{2R}{\mu} = 4155$ Дж/(кг·°С), где μ — молярная масса гелия.

3 Участок цепи из конденсаторов

Участок AB электрической цепи состоит из одинаковых конденсаторов ёмкостью C каждый. Найдите общую ёмкость участка AB .

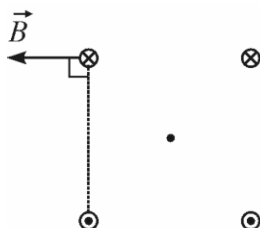


Ответ

Общая ёмкость участка AB равна $2C/3$.

4 Четыре провода с током

Как показали эксперименты Ж.-Б. Био и Ф. Савара 1820 года, магнитное поле длинного провода с током убывает обратно пропорционально расстоянию от длинного прямого провода. Четыре очень длинных прямых провода с протекающими по ним равными по модулю постоянными токами расположены параллельно друг другу так, как показано на рисунке (сечения проводов плоскостью рисунка находятся в вершинах квадрата). Известно, что модуль вектора индукции магнитного поля, создаваемого одним проводом в соседней с ним вершине этого квадрата, равен B , а поле самого провода на его оси равно нулю.



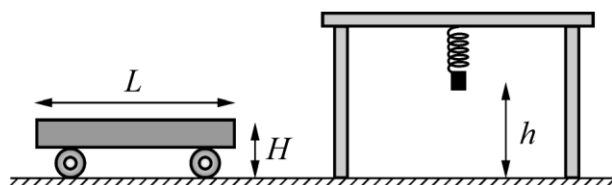
Найдите модуль суммарного вектора магнитной индукции в каждой вершине указанного квадрата. Найдите также модуль вектора индукции магнитного поля в центре этого квадрата.

Ответ

В каждой вершине квадрата $B_1 = \sqrt{5/2} B$; в центре квадрата $B_2 = 4B$.

5 Груз на пружине под столом

Тележка высотой $H = 30$ см и длиной $L = 40$ см должна проехать под столом по горизонтальному полу, двигаясь равномерно и прямолинейно. К крышке стола снизу прикрепили лёгкую пружину жёсткостью $k = 50$ Н/м. К пружине прицепили маленький груз массой $m = 0,4$ кг. При недеформированной пружине груз находился на высоте $h = 42$ см над полом. Затем груз отпустили. С какой минимальной скоростью может двигаться тележка, чтобы она, проехав под столом, не задела груз?



Ответ

Минимальная скорость тележки

$$v = \frac{L\sqrt{k/m}}{2\left(\pi - \arccos \frac{h-H-x_0}{x_0}\right)} = \frac{3\omega L}{4\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \approx 1,07 \text{ м/с},$$

где $x_0 = mg/k$ — амплитуда колебаний груза.

6 Лодка с сопротивлением воды

Лодку массой m отправили на другой берег речки, сообщив ей начальную скорость V_0 в направлении, перпендикулярном течению. Ширина речки H , скорость её течения V_T , а время движения лодки от берега до берега t .

1. На какое расстояние l (вдоль берега) снесло лодку течением при переправе?
2. Чему был равен модуль скорости лодки относительно воды в конце переправы, если сила $\vec{F}$ сопротивления движению, действующая на лодку со стороны воды, пропорциональна скорости $\vec{V}_{\text{отн}}$ лодки относительно воды ($\vec{F} = -k\vec{V}_{\text{отн}}$, где k — известный постоянный коэффициент)?

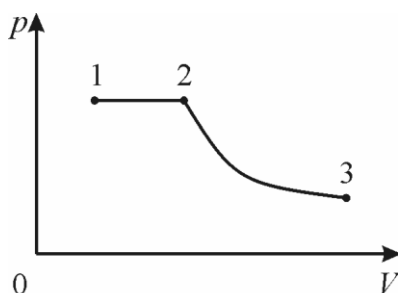
Считайте, что скорость течения одинакова во всех точках речки.

Ответ

$$1) l = V_T \left(t - \frac{H}{V_0} \right); \quad 2) V'_K = \sqrt{V_0^2 + V_T^2} \left(1 - \frac{kH}{mV_0} \right), \text{ причём } V_0 \geq kH/m.$$

7 Жидкость и пар под поршнем

В гладком цилиндре под подвижным поршнем находятся в равновесии ν молей жидкости и ν молей её пара (состояние 1 на pV -диаграмме). Систему «жидкость–пар» сначала медленно нагрели в изобарическом процессе 1–2, при этом её абсолютная температура возросла в 2 раза. Затем систему медленно охладили в адиабатическом процессе 2–3 до температуры T_3 . Какое количество теплоты получила система «жидкость–пар» в процессе 1–2, если работы, совершённые этой системой в процессах 1–2 и 2–3, были одинаковыми? Молярная теплота парообразования в процессе 1–2 равна r . В процессе 2–3 конденсация не происходит. Считать пар идеальным газом с молярной теплоёмкостью в изохорном процессе $C_V = 3R$. Объём жидкости в состоянии 1 считать пренебрежимо малым по сравнению с объёмом пара.

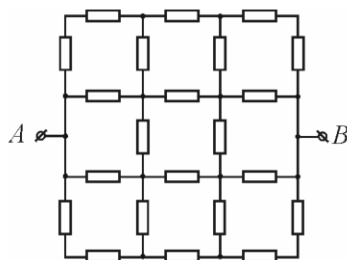


Ответ

Система получит в процессе 1–2 количество теплоты $Q_{12} = \nu \left(r + \frac{16RT_3}{3} \right)$.

8 Мостик из резисторов

В схеме, изображённой на рисунке, все резисторы одинаковые и имеют сопротивление R . Найдите сопротивление между точками A и B этой схемы.



Ответ

$$R_{AB} = \frac{13}{14}R.$$

9 Сближение заряженных шариков

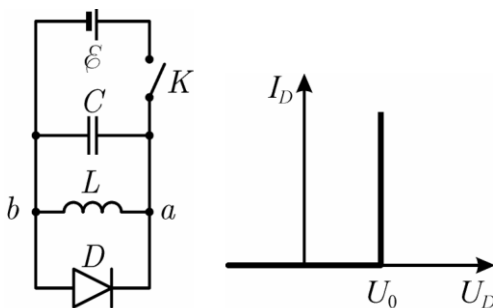
Небольшой шарик, заряженный зарядом q , покоится на гладком горизонтальном непроводящем столе. К шарiku присоединена горизонтальная пружина жёсткостью k , второй конец которой закреплён. Вдоль оси пружины к шарiku с большого расстояния очень медленно приближают такой же, но противоположно заряженный шарик. Найдите деформацию пружины в момент столкновения шариков.

Ответ

В момент столкновения шариков деформация пружины $l = \frac{3}{2} \left(\frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 k} \right)^{1/3}$.

10 Диод, катушка и конденсатор

В цепи, схема которой изображена на рисунке, катушка имеет индуктивность L , ёмкость конденсатора равна C , сопротивление источника, активное сопротивление катушки и сопротивления проводов пренебрежимо малы. Вольтамперная характеристика диода D изображена на графике (I_D — сила текущего через диод тока; $U_D = \varphi_b - \varphi_a$, где φ_a и φ_b — потенциалы соответствующих точек цепи). В начальный момент ключ K разомкнут, а конденсатор C не заряжен. Ключ K замыкают на время $t_0 < \sqrt{LC}$, а затем снова размыкают. Определите отношение ЭДС источника $\mathcal{E}$ к напряжению U_0 , при котором открывается диод, если заряд, прошедший через диод после размыкания ключа, в n раз больше заряда, прошедшего через катушку за время t_0 , пока ключ был замкнут.



Ответ

$$\frac{\mathcal{E}}{U_0} = \frac{nt_0^2 + \sqrt{n^2 t_0^4 + 4LC(LC + t_0^2)}}{2(LC + t_0^2)}.$$