

МОШ, 2013/14, заключительный этап, 7 класс

Условия

1 Колонна автомобилей перед красным сигналом

По дороге едет колонна из $n = 10$ одинаковых автомобилей, расположенных друг за другом, со скоростью $V = 54$ км/ч. Длина каждого автомобиля равна $L = 4,5$ м, а расстояние между соседними автомобилями (дистанция) равно $S = 25$ м. Перед красным сигналом светофора первый автомобиль плавно останавливается. Водитель второго автомобиля начинает повторять действия водителя первого спустя время $t = 1,6$ с после того, как первый водитель начал торможение. Водитель каждого следующего автомобиля повторяет действие водителя предыдущего спустя такой же интервал времени. Какой станет длина l колонны, когда все автомобили остановятся?

2 Ньюша, Крош и Бараш

Бараш пригласил в гости Ньюшу. Свидание было назначено на воскресенье в полдень. Надев новое платье, Ньюша в одиннадцать часов вышла из своего домика и побежала со скоростью 5 км/ч к Крошу, чтобы выяснить, насколько прекрасен ее наряд. Крош, потрясенный внешним видом Ньюши, не смог ее отпустить сразу и пригласил на чай. Просидев за чаем с Крошем полчаса, Ньюша вспомнила, что свидание-то у нее на самом деле с Барашем! Тогда она поспешила с той же скоростью, что и раньше, к домику Бараша. Бараш подготовился к свиданию точно к полудню. Прождав Ньюшу 15 минут около окна, он начал нервно вышагивать по своей комнате от окна к часам и обратно со средней скоростью 1 м/с. Сколько раз Бараш подходил к окну до тех пор, пока не пришла Ньюша?

Для справки. Домик Ньюши находится между домиками Кроша и Бараша. Расстояние до домика Кроша от домика Ньюши 2 км, что в 2 раза меньше, чем расстояние от домика Бараша до домика Кроша. Расстояние от часов до окна в комнате Бараша 5 м.

3 Бочка, дождь и насос

Дед Макар, наблюдая за тем, как бочка постоянного сечения наполняется водой во время дождя, занёс в таблицу зависимость уровня h воды в бочке от времени t . В тот момент, когда дождь закончился, уровень воды в бочке составил 80 см. Изучая затем таблицу, дед вспомнил, что в момент времени $t_1 = 9$ мин он включил насос, лежащий в бочке, который с постоянной скоростью откачивал воду.

h , см	t , мин.
0	0
10	2,25
40	9
60	18
80	27

Помогите ему проанализировать эти данные, а именно, определите:

1. время t после окончания дождя, за которое уровень воды опустится за счёт дальнейшей работы насоса с высоты 80 см до высоты 40 см;
2. объём воды V , который находился в бочке в момент времени $t_2 = 4,5$ мин, если площадь сечения бочки $S = 5400 \text{ см}^2$;
3. объём q дождевой воды, которая попадала в бочку за одну минуту.

4 Аквариум по пропорциям

В зоомагазине довольно продолжительное время продавался стеклянный аквариум. Со временем этикетка, на которой были обозначены внешние размеры аквариума, затерлась, и остался только размер его одной стороны — ширины $a = 100$ см. Опытная продавщица, однако, помнила пропорции этого аквариума: толщина каждой из стенок в 100 раз меньше его ширины; длина в 2 раза больше суммы его ширины и толщины его стенки; а если к ширине аквариума прибавить величину в 2 раза большую, чем толщина его стенки, то эта величина равна высоте аквариума. Какова масса m такого аквариума в килограммах? Плотность стекла $\rho = 2,5 \text{ г/см}^3$.

5 Размер стрекозы и кислород

Есть гипотеза, согласно которой размеры насекомых ограничены тем, что они потребляют воздух трахеальными трубками, выходящими на поверхность тела (то есть их воздухозабор пропорционален площади поверхности тела). Расход же кислорода, в свою очередь, пропорционален массе тела. Таким образом, можно прийти к выводу, что при увеличении насекомого в длину, высоту и ширину в одинаковое число раз, можно добиться того, что оно начнет «задыхаться» от недостатка кислорода.

Известно, что в карбоновом (каменноугольном) геологическом периоде размах крыльев стрекозы меганевры достигал 65 см. По предположениям ученых, это было возможно потому, что концентрация кислорода в атмосфере тогда составляла 35%, а не 21%, как сейчас (при той же плотности воздуха). Считая, что для времен карбона это был максимально возможный размер, оцените максимально возможный размах крыльев современной стрекозы. Сейчас стрекозы имеют примерно ту же плотность и пропорции тела, что и стрекоза периода карбона, и требуют на единицу массы не меньшее количество кислорода.

Примечание: ответ будет несколько превышать реальные размеры современных стрекоз из-за наличия других факторов, ограничивающих размер стрекозы (например, конкуренция с птицами).