

МОШ, 2013/14, заключительный этап, 8 класс

Условия и ответы

1 Колонна автомобилей при разгоне

Перед светофором остановилась колонна из $n = 10$ одинаковых автомобилей, расположенных друг за другом. Длина каждого автомобиля равна $L = 4,5$ м, а расстояние между соседними автомобилями равно $S = 1$ м. После включения зелёного сигнала светофора первый автомобиль плавно разгоняется до скорости $V = 54$ км/ч и продолжает ехать с этой скоростью. Водитель второго автомобиля начинает повторять действия водителя первого спустя время $t = 1,6$ с после того, как первый водитель тронулся с места. Водитель каждого следующего автомобиля повторяет действия водителя предыдущего спустя такой же интервал времени.

Какой станет длина l колонны, когда все автомобили будут двигаться с постоянной скоростью?

Ответ

$l = 270$ м.

2 Диск на пружинках

На лабораторной работе по физике ученице Агнессе выдали шесть одинаковых легких пружинков длиной 5 см каждая и твердый диск радиусом 10 см, вдоль периферии которого располагались 36 отверстий, находящихся на одинаковом расстоянии друг от друга. Используя пружинки, диск можно было подвесить в горизонтальном положении, прикрепив другие концы вертикальных пружинков к горизонтальной платформе, находящейся на некоторой высоте от поверхности стола.

Когда Агнесса закрепила диск в горизонтальном положении с помощью некоторого количества пружинков, расположенных одним ярусом, то каждая из использованных ею пружинок растянулась на 1 см. Затем она соединила все имеющиеся у нее пружинки одну за другой, верхний конец системы пружинков прикрепила к платформе, а к нижнему концу подвесила диск за одно из отверстий. В этом случае положение центра диска по вертикали относительно первого случая крепления изменилось на 58 см.

На каком количестве пружинков Агнесса уравнивала диск в горизонтальном положении? Считать, что удлинение всех пружинков пропорционально растягивающим их силам, то есть для них справедлив закон Гука.

Ответ

$n = 4$ пружинки.

3 Воздушный шар из оболочки

Из тонкой оболочки поверхностной плотностью $\sigma = 50 \text{ г/м}^2$ изготовили воздушный шар. При каких значениях радиуса R он сможет подняться в воздух плотностью $\rho_{\text{в}} = 1,3 \text{ кг/м}^3$? Считайте, что шар наполняется гелием, плотность которого $\rho_{\text{г}} = 0,18 \text{ кг/м}^3$. Объем шара радиусом R составляет $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, а площадь его поверхности равна $S = 4\pi R^2$.

Ответ

$$R > \frac{3\sigma}{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{г}}} \approx 0,134 \text{ м} = 13,4 \text{ см.}$$

4 Винни-Пух застрял в норе

Калорийность — это количество энергии, выделяемой человеком в результате поглощения того или иного продукта. Калория — внесистемная единица количества работы и энергии, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1 грамма воды на 1 градус Цельсия при стандартном атмосферном давлении 101325 Па (1 кал = 4,1868 Дж). Количество калорий, необходимых человеку, зависит от выполняемой работы, от физической активности, от пола, возраста, и даже от географической широты (холодный или жаркий климат).

Надеемся, что все помнят, как ранним утром Винни-Пух и Пятачок зашли в гости к Кролику. Воспитанный Кролик пригласил друзей к столу. Винни-Пух, обрадовавшись такому предложению, согласился (чтобы не обижать Кролика) и протиснулся по узкому проходу внутрь дома. Когда в какой-то момент запасы меда и малинового варенья Кролика закончились, Винни-Пух решил, что настало то время, когда нужно поблагодарить хозяина и возвращаться домой. Однако... домой Винни-Пух сразу не попал, так как застрял в узком проходе к двери Кролика.

Допустим, что при своей начальной массе, равной 20 кг, Винни-Пух съел 3 банки меда по 1,5 кг каждая и 6 банок малинового варенья по 500 г каждая. Калорийность 100 г меда равна 314 ккал, а калорийность 100 г малинового варенья — 271,4 ккал. Энергетические затраты организма во время сна равны энергетическим затратам организма во время спокойного отдыха лежа и составляют 3977,46 Дж/час на 1 килограмм массы тела; эта величина при пении равна 7285,032 Дж/час на килограмм массы тела, а при чтении вслух — 5066,028 Дж/час на килограмм массы тела.

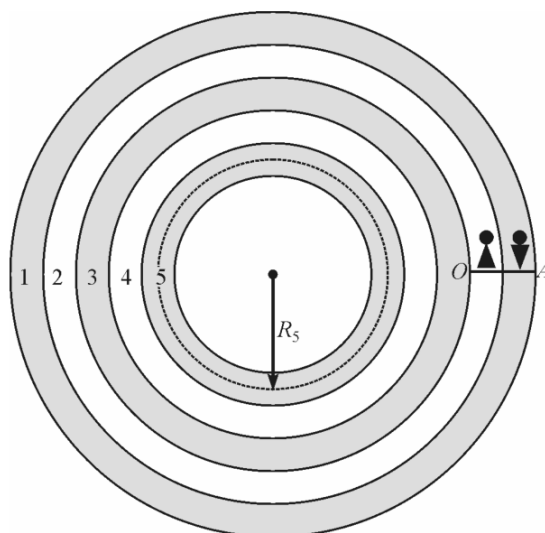
Пусть Винни-Пух 8 часов в сутки спит, а остальное время — лежит, половину времени напевая, а другую половину декламируя свои «пыхтелки» — а что еще остается ему делать? Так сколько же суток придется Винни-Пуху ждать таким необычным образом счастливого момента своего освобождения из норы Кролика?

Ответ

Почти 38 суток.

5 Карусель из пяти дорожек

Карусель представляет собой пять круговых дорожек (см. рисунок). Внешняя дорожка (№ 1) всегда неподвижна; следующая (№ 2) может двигаться со скоростью 4,5 км/ч. Скорость движения полотна у дорожки № 3 в 2 раза больше, чем у второй. Скорость движения дорожки № 4 равна разности скоростей движения дорожек № 5 и № 2. Скорость движения пятой дорожки, радиус которой равен $R_5 = 20 \text{ м}$, в 2 раза больше, чем у третьей. Ширина каждой дорожки равна $r = 1 \text{ м}$. Вначале все дорожки неподвижны.



С линии AO в одном направлении стартуют двое одноклассников — отличник Вася по неподвижной дорожке № 1 на велосипеде и красавица Маша по соседней дорожке № 2 — бегом. В момент их старта дорожки начинают двигаться, также вращаясь в одном направлении — каждая со своей скоростью. Маша начинает двигаться в направлении движения дорожек с постоянной скоростью $V_1 = 1,25$ м/с относительно полотна своей дорожки. Через некоторое время она перепрыгивает на соседнюю дорожку, причем скорость ее движения относительно полотна на новой дорожке остается прежней. Так, последовательно перепрыгивая с дорожки на дорожку и находясь на каждой из них столько времени, сколько требуется, чтобы преодолеть одинаковые угловые расстояния, она добирается сначала до внутренней дорожки № 5, а потом возвращается на дорожку № 2.

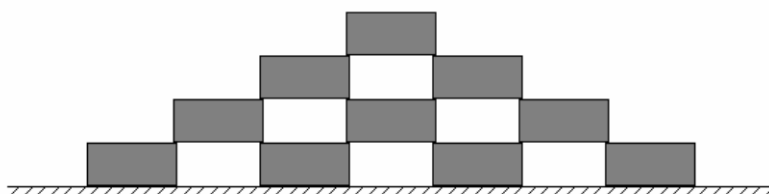
С какой постоянной скоростью двигался Вася на велосипеде, если известно, что к линии старта/финиша они добрались одновременно, сделав один оборот вокруг центра карусели? Считать, что одноклассники все время перемещались точно по средним линиям дорожек.

Ответ

Скорость Васи ≈ 4 м/с.

6 Стопка кирпичей

На горизонтальной поверхности лежит стопка кирпичей, так, как показано на рисунке. Площадь соприкасающихся участков кирпичей очень мала (много меньше площадей всех граней кирпичей). Все кирпичи однородные и имеют одинаковый вес $P = 25$ Н.



Вычислите, с какой силой каждый кирпич из нижнего ряда давит на поверхность.

Ответ

Два крайних кирпича давят на поверхность с силами $1,5P$, два средних — с силами $3,5P$.

7 «Бездонный бокал» с булавками

В известном опыте «Бездонный бокал» в стеклянный бокал, доверху наполненный водой, аккуратно опускают одну за другой булавки. При этом вода приподнимается над краями стакана, но не выливается из него (за счет явления смачивания).

Возьмем доверху наполненный водой цилиндрический стакан и взвесим его. Затем начнем аккуратно опускать в него булавки (длина булавки 2,5 см, толщина 0,4 мм) одну за другой до тех пор, пока вода потечет по внешним стенкам стакана. Так же аккуратно протрем стенки и края стакана от оставшихся капель воды, и взвесим этот стакан с булавками и водой. Сколько булавок находится в стакане, если в результате взвешиваний было обнаружено, что изменение массы стакана (который сначала был с водой, но без булавок) составило 19,21 г?

Плотность воды 1 г/см^3 , плотность металла, из которого изготовлены булавки, 7800 кг/м^3 .

Ответ

898 булавок.

8 Быстрее вскипятить 100 литров

В распоряжении школьника Вовы имеется водопроводная вода температурой 20°C , чайник мощностью $1,2 \text{ кВт}$ и вместительностью $1,5 \text{ л}$, электрокипятильник мощностью 500 Вт , а также большой калориметр, в котором требуется получить 100 литров кипятка температурой 100°C . Как сделать это за наименьшее время? Вова предложил следующий план действий: нужно налить в калориметр некоторый начальный объём воды V_0 , опустить туда включенный кипятильник, и одновременно кипятить воду в чайнике, доливая из него в калориметр порции кипятка по мере его готовности. Определите, каким должен быть начальный объём V_0 , и за какое время τ удастся получить в калориметре 100 литров кипятка, действуя указанным способом. Удельная теплоёмкость воды $4200 \text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$, плотность воды 1 г/см^3 . Теплоемкостью калориметра, потерями теплоты в окружающую среду и временем, затраченным на наполнение чайника и выливание из него кипятка, можно пренебречь.

Ответ

$V_0 \approx 29,4 \text{ л}$; минимальное время $\tau \approx 5,5 \text{ часа}$.