

МОШ, 2013/14, заключительный этап, 9 класс

Условия, ответы и решения

1 Безопасная дистанция между автомобилями

Считается, что минимальное безопасное расстояние между автомобилями (минимальная дистанция) может быть рассчитана по формуле «половина скорости в метрах». Например, при движении со скоростью 60 км/ч минимальная безопасная дистанция будет равна 30 м, а при движении со скоростью 90 км/ч она составит 45 м.

Два одинаковых автомобиля движутся по прямой дороге один за другим с одинаковыми скоростями, причем дистанция между ними в точности минимальная безопасная. Допустим, что первый из автомобилей начал сбрасывать скорость, и через некоторое время остановился. Водитель второго автомобиля среагировал на это спустя некоторое время t и точно так же начал сбрасывать скорость до полной остановки. Но если бы второй водитель не среагировал достаточно быстро, то автомобили столкнулись бы. Найдите максимальное время реакции водителя t , при котором формула «половина скорости в метрах» гарантирует, что автомобили не столкнутся.

Подсказка

Оба автомобиля тормозят одинаково, но второй начинает с задержкой t . Сравните, на сколько дальше он успеет проехать, и сопоставьте это с исходной дистанцией.

Ответ

$$t = L/v = 1,8 \text{ с.}$$

2 Капли с ветки и пешеход

С ветки дерева, расположенной на высоте $H = 5$ м, с интервалом $\tau = 0,5$ с отрываются капли воды и падают на тротуар. С какой минимальной скоростью V должен идти худой пешеход, чтобы, не замочившись, проскочить опасное место? Считать, что рост пешехода $h = 180$ см, диаметр его шляпы $D = 30$ см, ширина шага $L = 60$ см, ботинки в крайних положениях по горизонтали выступают из-под шляпы симметричным образом, ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Спротивлением воздуха пренебречь, ботинки считать точечными!

Подсказка

Капли падают в одних и тех же вертикальных линиях, следуя друг за другом через τ . Подумайте, на какое расстояние должна сместиться шляпа между двумя последовательными каплями, чтобы следующая капля попала мимо неё.

Ответ

$$V = D/\tau = 0,6 \text{ м/с.}$$

3 Куб на пружине в воде

В сосуде с водой плавает куб массой $m = 2048$ г, он прикреплен ко дну пружины, другой конец которой прицеплен к центру нижней грани куба. Вначале пружина находится в недеформированном состоянии, а ровно половина куба выступает над водой, причем четыре его ребра вертикальны. Прошел дождь, и уровень воды в сосуде вырос на $h = 20,48$ см, а вода оказалась как раз на уровне верхней поверхности куба. Определите удлинение Δl пружины и силу упругости $F_{\text{упр}}$, с которой пружина воздействует на куб. Считайте, что плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1$ г/см³, а ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Подсказка

Из равновесия в первом случае найдите ребро куба. Во втором случае добавьте к силе тяжести силу пружины и сравните с силой Архимеда; удлинение пружины связано со смещением куба относительно дна.

Ответ

$\Delta l = 12,48$ см, $F_{\text{упр}} = 20,48$ Н.

4 Проточный водонагреватель

Проточный нагреватель воды состоит из трубы длиной $L = 8$ м, поперечное сечение которой представляет собой прямоугольник размерами $a \times d$. Стенки размерами $L \times a$ сделаны из металла, а размерами $L \times d$ — из диэлектрика. Нагрев воды осуществляется электрическим током, для чего к металлическим стенкам прикладывается постоянное напряжение U . Определите, каким должно быть это напряжение для того, чтобы устройство обеспечивало нагрев $q = 600$ литров воды в час от 10°C до 35°C , если $a = 40$ см, $d = 2$ см. Используемая в нагревателе вода имеет следующие характеристики: плотность $\rho = 10^3$ кг/м³, удельная теплоемкость $c = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·°C), удельное сопротивление $\lambda = 10$ Ом·м. Теплоемкостью трубы и потерями теплоты пренебречь.

Подсказка

Вода между металлическими стенками — это проводник; найдите его сопротивление по длине, площади сечения и удельному сопротивлению. Тепловая мощность тока должна равняться мощности, уходящей на нагрев протекающей воды.

Ответ

$U \approx 33$ В.

5 Геодезическая ракета и звук двигателя

Геодезическая ракета стартует по вертикали и движется с ускорением $a = 50$ м/с². Через некоторое время происходит отсечка (прекращение работы) двигателя. Звук на земле в точке старта перестал быть слышен спустя время $\tau = 1$ мин 55,5 с после старта. Какую скорость V приобрел установленный на ракете исследовательский зонд к моменту отключения двигателя? На какую максимальную высоту H он поднимется? Скорость звука принять равной $c = 330$ м/с, ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивлением воздуха и изменением величины g с высотой пренебречь.

Подсказка

Последний звук двигателя излучён в момент отсечки с высоты разгона; на земле он слышен спустя время, за которое звук проходит эту высоту. Выразите τ через время работы двигателя.

Ответ

$$V = c \left(\sqrt{1 + \frac{2a\tau}{c}} - 1 \right) = 1650 \text{ м/с}; \quad H = 163,35 \text{ км.}$$

6 Набор высоты самолётом

Успешный бизнесмен Иван Михайлович решил порадовать свое подрастающее чадо поездкой на Новый год в теплые страны, куда полет на самолете занимал долгие 8 часов. Пока самолет набирал высоту, папа рассказывал сыну,

что расход топлива их самолета при взлете равен 14040 кг/ч, и эта величина больше, чем при полете на неизменной высоте с постоянной скоростью;

что КПД двигателей на взлете составляет примерно 12%;

что самолет оснащен четырьмя двигателями с силой тяги по 127,4 кН каждый;

что масса полностью загруженного и заправленного самолета равна 208 тоннам;

и, наконец, что удельная теплота сгорания авиационного топлива равна 43 МДж/кг.

Повествование прервалось сообщением пилота о том, что самолет движется на высоте 8230 м со скоростью 936 км/ч. Уставший Иван Михайлович заключил: «А теперь, сынок, чтобы не расслабляться от учебы раньше времени и не скучать, выбери необходимые данные из тех, которые я тебе сообщил, и посчитай, сколько секунд продолжался набор высоты самолета». Помогите сыну Ивана Михайловича справиться с заданием папы.

Уменьшением массы самолета за время взлета можно пренебречь. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Подсказка

Часть теплоты сгоревшего топлива, определяемая КПД, идёт на прирост кинетической и потенциальной энергии самолёта. Не все данные в условии нужны.

Ответ

$$t = \frac{m(2gH + v^2)}{2q\mu\eta} \cdot 100\% = 1200 \text{ с.}$$

7 Сосульки в медном кувшине

У джентльмена дома стоит большой медный кувшин массой $M_0 = 500 \text{ кг}$ и внутренним объемом $V = 1 \text{ м}^3$. Джентльмен снял с края крыши сосульки, уже начавшие таять, положил их в кувшин, подождал, пока кувшин охладится до 0°C , и наполнил его до краев кипятком температурой 100°C . Через некоторое время уровень воды в кувшине опустился, и джентльмен влил в него ещё 40 л кипятка, снова наполнив кувшин до краёв. После этого уровень воды в кувшине уже не менялся. Определите установившуюся в кувшине температуру. Температура в комнате 20°C . Теплообменом кувшина с окружающей средой можно пренебречь. Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$, плотность льда $\rho_{\text{л}} = 900 \text{ кг/м}^3$; удельные теплоемкости воды и меди составляют $c_{\text{в}} = 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$ и $c_{\text{м}} = 385 \text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$ соответственно, удельная теплота плавления льда $\lambda = 335 \text{ кДж/кг}$.

Подсказка

Уровень опустился из-за того, что лёд плавится и занимает меньший объём; по объёму долитой воды найдите массу растаявшего льда на первом этапе. Затем составьте уравнение теплового баланса для всего процесса.

Ответ

$$t \approx 32,6^\circ\text{C}.$$

8 Три вольтметра

Два одинаковых вольтметра соединили параллельно, третий вольтметр подключили к этой комбинации последовательно, и к концам получившейся цепи присоединили идеальную батарейку. При этом вольтметры показывают 4 В, 4 В и 5 В. Какое напряжение у батарейки? Могут ли быть одинаковыми все три вольтметра? Что покажут эти же приборы, если их все соединить последовательно и подключить к той же батарейке? Показания приборов считайте точными.

Подсказка

Вольтметр — это резистор с неизвестным сопротивлением, а его показание — напряжение на нём. Из отношения напряжений и токов в первой схеме найдите отношение сопротивлений приборов.

Ответ

Напряжение батарейки равно 9 В; все три вольтметра не могут быть одинаковыми; при последовательном соединении они покажут $\approx 3,43$ В, $\approx 3,43$ В и $\approx 2,14$ В.