

МОСКОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ФИЗИКЕ

МОШ, 2014/15, отборочный этап, 7 класс

Условия, ответы и решения

1 Три гоночных автомобиля

Три гоночных автомобиля участвуют в заезде по замкнутой гоночной трассе длиной 1 км. Красный автомобиль 10 минут двигался со скоростью 144 км/ч, а оставшееся время – со скоростью 180 км/ч. Зелёный автомобиль проехал 25 км со скоростью 144 км/ч, а оставшееся расстояние двигался со скоростью 180 км/ч. Синий автомобиль проезжает нечётные круги со скоростью 144 км/ч, а чётные – со скоростью 180 км/ч. Автомобили стартуют с одного места. Заезд длится 20 минут, автомобиль, проехавший наибольшее расстояние, объявляется первым, следующий за ним – вторым, и так далее. Автомобили движутся в одном направлении. Какое расстояние прошёл каждый из автомобилей? Какой автомобиль прошёл наименьшее расстояние?

Подсказка

Найди для каждого автомобиля, сколько времени он ехал с каждой из двух скоростей. Для синего автомобиля сравни время прохождения нечётного и чётного кругов.

Ответ

Красный автомобиль прошёл 54 км, зелёный — 53,75 км, синий — 53,25 км (наименьшее расстояние).

2 Чтение книги по страницам

В первый день школьник Вася прочитал 60 страниц очень толстой книги. Книга постепенно надоедает Васе, и в каждый следующий день он читает на 5 страниц меньше, чем в предыдущий. Сколько дней продлится чтение книги? Сколько страниц всего прочтает Вася?

Подсказка

Выпиши, сколько страниц Вася читает в первый, второй, третий дни, и найди, когда это число обратится в ноль.

Ответ

Чтение книги продлится 12 дней, Вася прочтает 390 страниц.

3 Кубики и шарик на весах

У школьницы Ирины имеются весы, коробка с одинаковыми кубиками и коробка с одинаковыми шариками. На левой чаше весов – гиля неизвестной массы. В первом опыте Ирина стала класть на правую чашу весов кубики (по одному); она увидела, что масса двух кубиков еще меньше массы гири, а масса трех кубиков уже больше массы гири. Во втором опыте Ирина убрала кубики и стала класть на правую чашу весов шарик; она заметила, что масса одного шарика меньше массы гири, а масса двух шариков – уже больше. Чему может быть равно отношение массы шарика к массе кубика? Отношение в ответе записывайте в виде обыкновенной дроби.

Подсказка

Запиши оба опыта как двойные неравенства для массы гири и вырази через неё массы кубика и шарика.

Ответ

Отношение массы шарика к массе кубика может быть от 1 до 3.

Решение

Пусть $m_{\text{ш}}$ – масса шарика, $m_{\text{к}}$ – масса кубика, M – масса гири. Как вытекает из условия задачи,

$$2m_{\text{к}} < M < 3m_{\text{к}}, \quad m_{\text{ш}} < M < 2m_{\text{ш}}.$$

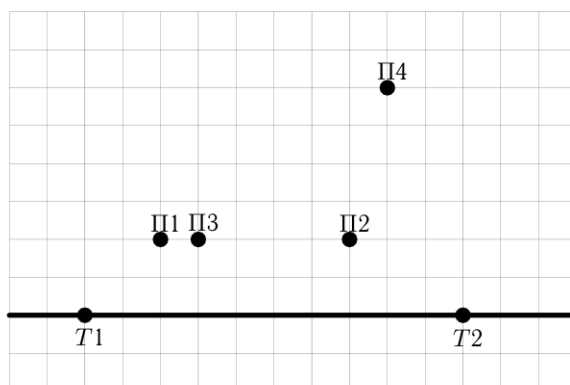
Эти соотношения можно также записать как

$$\frac{1}{3}M < m_{\text{к}} < \frac{1}{2}M, \quad \frac{1}{2}M < m_{\text{ш}} < M.$$

Следовательно, $1 < m_{\text{ш}} : m_{\text{к}} < 3$.

4 Тени предметов на стене

Школьница Светлана исследует тени на стене, отбрасываемые различными предметами. Включив лампочку, Светлана обнаружила, что у предмета П1 образуется тень Т1, а у предмета П2 – тень Т2 (вид сверху показан на рисунке). Перерисуйте рисунок к себе в работу и укажите, где располагается лампочка. Также укажите, какие тени на стене отбрасывают предметы П3 и П4. При решении задачи учитывайте, что свет от лампочки распространяется во все стороны по прямым линиям.

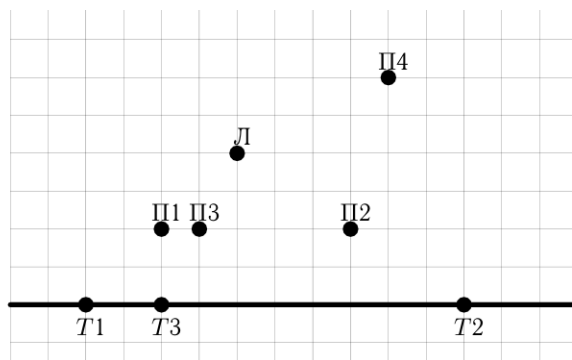


Подсказка

Тень предмета лежит на продолжении луча от лампочки через этот предмет до стены. Значит, лампочка лежит на прямой, соединяющей каждый предмет с его тенью.

Ответ

Лампочка Л и тень Т3 от предмета П3 приведены на рисунке. Предмет П4 не отбрасывает тень на стену.



5 Велосипедист и пешеход на круге

Велосипедист Владислав и пешеход Ярослав участвуют в гонках, начав движение одновременно в одном направлении с отметки «Старт». Часы Владислава показывали:

- в момент старта — 11:15;
- в момент, когда Владислав проехал один круг и вновь оказался на отметке «Старт», — 11:23;
- в момент, когда Владислав обогнал Ярослава, проехав ровно на один круг больше, — 11:26.

Каким может быть отношение скорости Владислава к скорости Ярослава? Скорости движения как велосипедиста, так и пешехода считайте постоянными. При решении задачи учитывайте, что часы Владислава показывают только часы и минуты (секунды не показывают). В частности, в моменты времени от 11 ч 15 мин. до 11 ч 16 мин. часы показывают 11:15.

Подсказка

Запиши отношение скоростей через три момента времени: старт, конец первого круга и обгон. Затем подумай, при каких допустимых значениях этих моментов отношение наибольшее, а при каких наименьшее.

Ответ

Отношение скорости велосипедиста к скорости пешехода может быть в интервале от 2,75 до 5,5.

Решение

Пусть t_1 — момент старта, t_2 — момент времени, когда Владислав проехал один круг, t_3 — момент обгона. При этом $t_1 < t_2 < t_3$.

По условию, пешеход прошёл расстояние от старта до момента обгона за время $t_3 - t_1$; велосипедист же прошёл это же расстояние за время $t_3 - t_2$. Отношение k скорости велосипедиста

к скорости пешехода равно обратному отношению этих времён:

$$k = \frac{t_3 - t_1}{t_3 - t_2}. \quad (1)$$

Также данное отношение можно записать как:

$$k = 1 + \frac{t_2 - t_1}{t_3 - t_2}. \quad (2)$$

Поскольку моменты времени t_1 , t_2 и t_3 известны с некоторой погрешностью, исследуем, в каком случае отношение k будет больше и в каком — меньше. К увеличению k приводят: уменьшение t_1 (см. (1)); увеличение t_2 (см. (1)); уменьшение t_3 (см. (2)). К уменьшению k приводят: увеличение t_1 (см. (1)); уменьшение t_2 (см. (1)); увеличение t_3 (см. (2)).

Следовательно, максимальное значение k достигается, когда $t_1 = 11$ ч 15 мин., $t_2 = 11$ ч 24 мин., $t_3 = 11$ ч 26 мин. В этом случае $k = 5,5$.

Минимальное значение k достигается, когда $t_1 = 11$ ч 16 мин., $t_2 = 11$ ч 23 мин., $t_3 = 11$ ч 27 мин. В этом случае $k = 2,75$.

6 Расстояние по большому пальцу

Для определения расстояния до удалённых предметов школьник Вася измерил длину своего большого пальца на правой руке (65 мм) и расстояние от своего правого глаза до пальца на вытянутой вперёд руке (65 см).

1. Сидя дома, Вася рассматривает через окно соседний дом и обнаруживает, что большой палец на вытянутой руке закрывает целых пять этажей дома напротив. Оцените расстояние от дома Васи до соседнего дома, считая высоту одного этажа равной 2,5 м.
2. С балкона Вася видит вдали Останкинскую телевизионную башню, высота которой 540 м. Палец Васи на вытянутой руке оказался больше башни в 3 раза. На каком расстоянии от дома Васи находится эта башня?

Подсказка

Глаз, палец и предмет образуют два подобных треугольника с общей вершиной в глазу. Составь пропорцию между размерами и расстояниями.

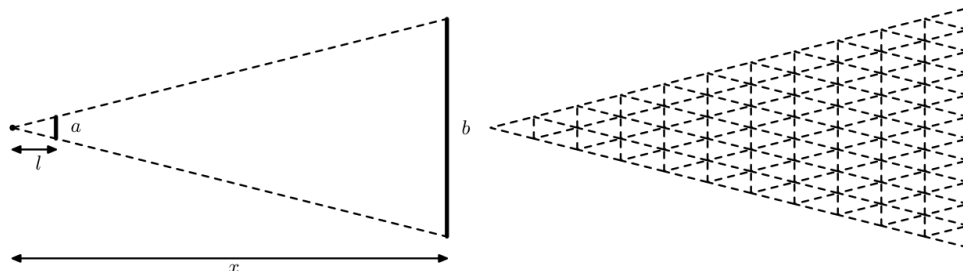
Ответ

- 1) Расстояние до дома равно 125 м; 2) расстояние до Останкинской башни равно 16,2 км.

Решение

Пусть $a = 65$ мм — длина пальца, $l = 65$ см — расстояние от глаза до пальца на вытянутой вперёд руке, x — расстояние до удалённого предмета, b — длина удалённого предмета.

Как вытекает из рисунка, если расстояние до удалённого предмета в n раз больше l , длина удалённого предмета будет также в n раз больше a :



Следовательно, должна соблюдаться пропорция:

$$\frac{b}{a} = \frac{x}{l} \quad \text{и} \quad x = \frac{lb}{a} = 10b.$$

В пункте (а) $b = 12,5$ м и $x = 125$ м. В пункте (б) $b = 540 \cdot 3 = 1620$ м и $x = 16,2$ км.

7 Серебряный кубик с алюминием внутри

Школьница Ирина исследует кубики с длиной ребра 1 см. При взвешивании серебряного кубика почему-то оказалось, что его масса меньше, чем масса железного кубика. Ирина предположила, что внутри серебряного кубика имеется кусок алюминия неизвестного объёма. Каким может быть объём алюминия, находящегося внутри серебряного кубика? Какой может быть масса серебра? А масса алюминия? Плотность серебра $10,3 \text{ г/см}^3$, алюминия $2,7 \text{ г/см}^3$, железа $7,8 \text{ г/см}^3$.

Подсказка

Обозначь объём алюминия через V_a , тогда объём серебра равен $V_0 - V_a$. Запиши, что масса такого составного кубика меньше массы железного.

Ответ

Объём алюминия должен быть в интервале от $0,33 \text{ см}^3$ до 1 см^3 , масса серебра — меньше $6,9 \text{ г}$, но больше нуля, масса алюминия — от $0,89 \text{ г}$ до $2,7 \text{ г}$.

Решение

Введём обозначения: $\rho_c = 10,3 \text{ г/см}^3$ — плотность серебра, $\rho_a = 2,7 \text{ г/см}^3$ — плотность алюминия, $\rho_0 = 7,8 \text{ г/см}^3$ — плотность железа.

Пусть $V_0 = 1 \text{ см}^3$ — объём кубика, V_a — объём алюминия, тогда $V_0 - V_a$ — объём серебра. По условию, масса серебряного кубика $\rho_c(V_0 - V_a) + \rho_a V_a$ должна быть меньше массы железного кубика $\rho_0 V_0$:

$$\rho_c(V_0 - V_a) + \rho_a V_a < \rho_0 V_0.$$

Следовательно,

$$V_a > \frac{\rho_c - \rho_0}{\rho_c - \rho_a} V_0 = 0,33 \text{ см}^3.$$

В то же время, объём алюминия не может быть больше $V_0 = 1 \text{ см}^3$.

Масса серебра $\rho_c(V_0 - V_a)$ при этом должна быть меньше $6,9 \text{ г}$, а масса алюминия $\rho_a V_a$ должна быть в промежутке от $0,89 \text{ г}$ до $2,7 \text{ г}$.

8 Шкалы Цельсия и Фаренгейта

Школьница Алиса проводит опыты с термометром, на который нанесены две шкалы — шкала Цельсия и шкала Фаренгейта. Сравнивая шкалы, Алиса заметила, что увеличению температуры на 5 градусов Цельсия соответствует увеличение температуры на 9 градусов Фаренгейта. При этом комнатная температура составила 20 градусов Цельсия (20°C), или 68 градусов Фаренгейта (68°F). Запишите формулу, выражающую температуру по шкале Фаренгейта t_F через температуру по шкале Цельсия t_C . Какой температуре по шкале Фаренгейта соответствует температура плавления льда 0°C ? Температура кипения воды 100°C ? Абсолютный нуль -273°C ?

Подсказка

Если температура растёт на Δt_C градусов Цельсия, то по Фаренгейту она растёт в $9/5$ раза сильнее. Отсчитывай изменение от известной точки $20^\circ\text{C} = 68^\circ\text{F}$.

Ответ

$t_F = 68 + 1,8(t_C - 20) = 32 + 1,8t_C$. Температура плавления льда соответствует значению 32°F , температура кипения воды — 212°F , температура -273°C — $-459,4^\circ\text{F}$.

Решение

По условию, при увеличении температуры в градусах Цельсия с 20°C до $t_C^\circ\text{C}$, то есть на $(t_C - 20)^\circ\text{C}$, температура по шкале Фаренгейта увеличивается на $\frac{9}{5}(t_C - 20)^\circ\text{F}$. Следовательно,

$$t_F = 68 + 1,8(t_C - 20) = 32 + 1,8t_C.$$

В частности, температура плавления льда соответствует значению 32°F , температура кипения воды — значению 212°F , температура -273°C — значению $-459,4^\circ\text{F}$.