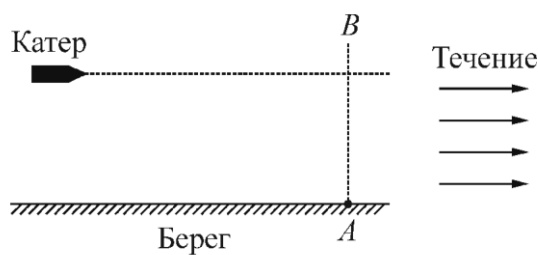


МОШ, 2014/15, заключительный этап, 11 класс

Условия и ответы

1 Волны катера на течении

Вдоль направления течения прямой реки по спокойной воде плывёт маленький катер, траектория которого параллельна берегу и лежит на расстоянии L от него. Скорость течения реки равна V . Стоящий на берегу в точке A наблюдатель увидел, что первая волна от катера достигла точки A спустя время t после того, как катер пересёк прямую AB , перпендикулярную берегу (см. рис.). После этого волны ударяли о берег в этом месте с периодом T . Расстояние между соседними гребнями волн равно λ . Найдите скорость катера относительно воды, считая, что волны, возбуждаемые катером на поверхности воды, близки к гармоническим.

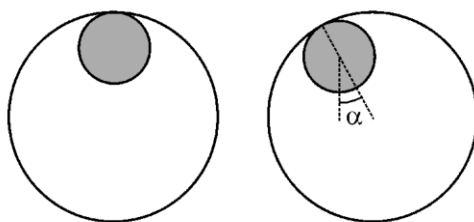


Ответ

$$v = \frac{\lambda}{\sqrt{T^2 - (\lambda t/L)^2}} - V.$$

2 Обруч на неподвижном бревне

Цилиндрическое бревно радиусом r , ось которого горизонтальна, неподвижно закреплено. На бревно надет тонкий однородный обруч массой m и радиусом R так, как показано на рисунке слева. Обруч вывели из положения равновесия, отклонив его в плоскости рисунка так, что прямая, соединяющая центр обруча и точку касания обруча с бревном, образовала угол α с вертикалью (см. рис. справа), и отпустили. В процессе возникших после этого колебаний обруч движется по бревну без проскальзывания.



1. Найдите скорость нижней точки обруча при прохождении им положения равновесия.

2. Найдите модуль силы, с которой обруч давит на бревно при прохождении положения равновесия.

Ответ

1) $V = 2\sqrt{g(R-r)(1-\cos\alpha)}$; 2) $N = mg(2 - \cos\alpha)$.

3 Кипение воды и дождь

Туристы развели костёр и поставили кипятиться воду в котелке с плоским дном и вертикальными стенками. Когда вода закипела, котелок не сняли с костра, и спустя время $\tau = 8$ мин после начала кипения уровень воды в котелке уменьшился на $h = 2,5$ см. В этот момент начался дождь, но туристы продолжали поддерживать костёр, поскольку группа людей с продуктами задержалась. В каждом кубометре воздуха находится $n = 200$ дождевых капель, которые падают вертикально с постоянной скоростью $v = 9$ м/с. Температура каждой капли равна $t_0 = 20^\circ\text{C}$, а её масса равна $m_0 = 50$ мкг.

1. Будет ли вода в котелке продолжать кипеть после начала дождя? Ответ обоснуйте.
2. Как и за какое время после начала дождя уровень воды в котелке изменится ещё на $H = 1$ см?

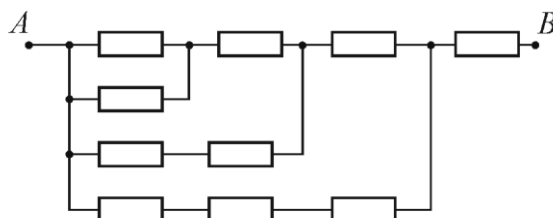
Плотность воды $\rho = 1$ г/см³, удельная теплоёмкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·°C), удельная теплота парообразования воды $r = 2,2 \cdot 10^6$ Дж/кг. Считайте, что подводимая к воде в котелке тепловая мощность всё время поддерживается постоянной.

Ответ

- 1) вода продолжит кипеть; 2) уровень воды будет увеличиваться, и вырастет на $H = 1$ см за время $T \approx 195$ с.

4 Перерезанный провод в цепи

Участок AB электрической цепи, схема которого показана на рисунке, состоит из одинаковых резисторов и проводов, сопротивление которых пренебрежимо мало. Сопротивление этого участка цепи равно $R_1 = 219$ Ом. После того, как школьник Вася перерезал один из проводов, сопротивление участка AB стало равным $R_2 = 255$ Ом. В каких точках Вася мог перерезать провод? Укажите две такие точки. Ответ обоснуйте.



Ответ

Вася мог перерезать провод возле резистора №2 с любой из сторон от него (места показаны на рисунке крестиками).

5 Давление света на зеркальный шар

Шар радиусом R с зеркальной поверхностью освещают широким параллельным пучком света. Какую часть шара, и каким образом нужно покрасить чёрной краской, чтобы сила светового давления на шар оказалась максимальной?

Ответ

Зеркальной следует оставить поверхность шара в пределах центрального шарового сегмента высотой $h = R \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \approx 0,3R$; остальную часть шара, на которую попадает свет, нужно покрасить чёрной краской.

6 Труба с верёвкой на наклонной плоскости

С наклонной плоскости без проскальзывания скатывается тонкостенная труба, наматывая на себя сверху лёгкую и тонкую верёвку, которую можно считать нерастяжимой. Свободный конец верёвки прикреплен к бруску, лежащему на плоскости выше трубы. Масса трубы M , масса бруска $M/2$. Ось трубы горизонтальна, свободный участок верёвки параллелен наклонной плоскости и перпендикулярен оси трубы. Плоскость составляет с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Ускорение, с которым поступательно движется брусок вслед за трубой, равно $0,3g$. Чему равен коэффициент трения μ между бруском и плоскостью?

Ответ

$$\mu = \frac{4\sqrt{3}}{15} \approx 0,46.$$

7 Цикл холодильной машины с политропами

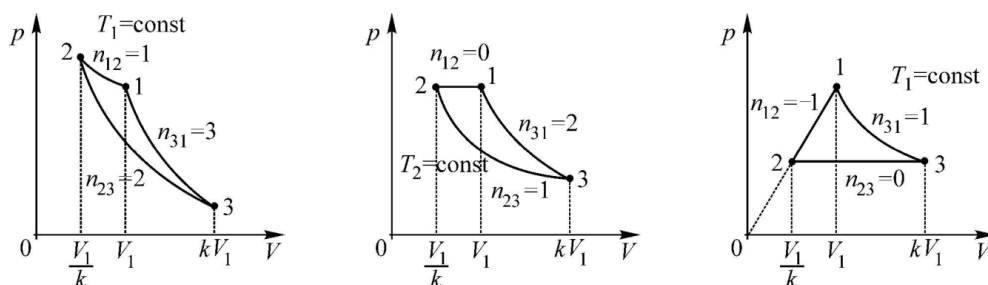
Один моль идеального газа участвует в циклическом процессе $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ холодильной машины. В состоянии 1 газ имеет температуру T_1 и объём V_1 . Известно, что все переходы газа из одного состояния в другое — политропические. Показатель политропы процесса $2 \rightarrow 3$ на единицу больше показателя политропы процесса $1 \rightarrow 2$ и на единицу меньше показателя политропы процесса $3 \rightarrow 1$. В процессе $1 \rightarrow 2$ объём газа уменьшается в k раз. Один из процессов цикла — изотермический.

1. Определите объём газа в состоянии 3.
2. Изобразите на pV -диаграмме цикл, соответствующий условию задачи, указав для каждого из процессов его показатель политропы.
3. Чему может быть равна температура газа в состоянии 3?

Справка: политропическим называется процесс, в течение которого теплоёмкость газа не изменяется: $C = \text{const}$. Уравнение такого процесса имеет вид $pV^n = \text{const}$, или $p_1 V_1^n = p_2 V_2^n$. Величину n называют показателем политропы.

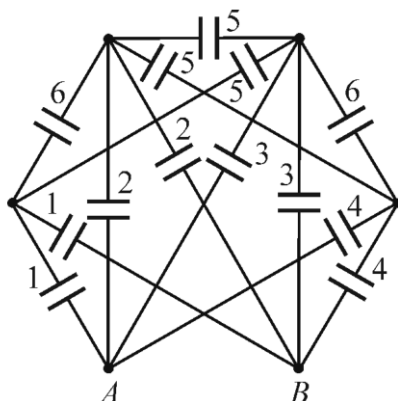
Ответ

1) $V_3 = kV_1$; 2) три возможные pV -диаграммы показаны на рисунке; 3) температура газа в состоянии 3 может быть равна $T_3 = \frac{T_1}{k^2}$, $T_3 = \frac{T_1}{k}$ или $T_3 = T_1$ (в порядке следования диаграмм).



8 Ёмкость сложной цепочки конденсаторов

Найдите электрическую ёмкость участка AB цепи, схема которого приведена на рисунке. Ёмкости конденсаторов указаны на схеме в мкФ, ёмкостью соединительных проводов можно пренебречь. Провода соединены только в местах, обозначенных точками.

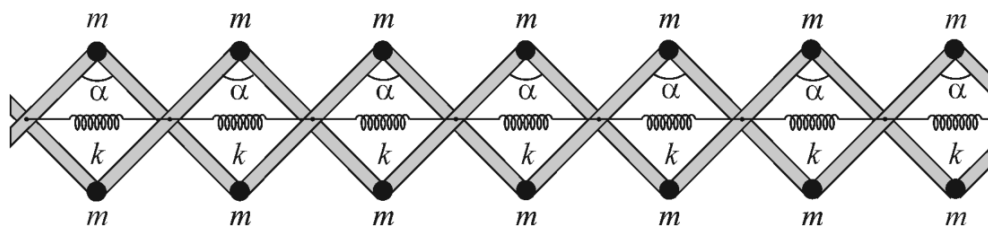


Ответ

$$C_{AB} = 5 \text{ мкФ.}$$

9 Шарнирная цепочка с пружинами

Шарнирная конструкция состоит из очень большого числа N периодически повторяющихся одинаковых звеньев (см. рис.). Каждое звено включает в себя пружину, концы которой прикреплены к серединам двух пар скрещенных реек, два сферических шарнирных блока и четыре половинки самих реек. Шарнирные блоки дают возможность рейкам свободно вращаться в пространстве. Жёсткость каждой из пружин равна k , масса каждого из шарнирных блоков равна m , все остальные элементы невесомы, трения нигде нет. Когда пружины не деформированы, рейки образуют между собой угол α . Концы этой конструкции соединили между собой, образовав большое кольцо, так, что пружины расположились вокруг цилиндрической поверхности. Получившаяся система колеблется таким образом, что в каждый момент времени все пружины сжаты или растянуты одинаково. Найдите период этих колебаний вокруг положения равновесия, считая их малыми. Система находится в невесомости.



Ответ

Период малых колебаний системы равен $T = N\sqrt{\frac{2m}{k}}$.

10 Видимая толщина канала в ручке

Внутри прозрачного шестигранного корпуса шариковой ручки имеется круглый канал, заполненный чернилами. При рассматривании тёмного канала через прозрачный корпус было отмечено, что вращение корпуса вокруг его оси симметрии приводит к изменению видимой толщины канала с чернилами. Ширина видимой тёмной полосы максимальна, когда ближайшее ребро шестигранника, ось симметрии ручки и глаз наблюдателя лежат в одной плоскости. Отношение максимальной видимой толщины канала к его минимальной видимой толщине при неизменном расстоянии от ручки до глаза (которое во много раз больше толщины ручки) равно двум. Отношение диаметра d канала к длине L стороны шестигранника равно $d/L = \sqrt{3}/4$. Найдите показатель преломления n материала, из которого сделан корпус.

Ответ

$n = \sqrt{2}$.

Источник: Московская олимпиада школьников по физике, 2014/15, заключительный этап, 11 класс — условия (1), условия (2), решения (1), решения (2). Задачи перенабраны на botay.pro, решения — по официальным.