

МОШ, 2014/15, заключительный этап, 7 класс

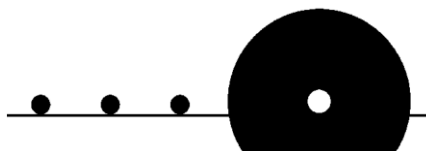
Условия

1 Лыжницы в погоне

Школьницы Алиса и Василиса участвуют в лыжных гонках. Сразу после старта лыжницам пришлось подниматься в горку. Алиса, скорость которой на подъеме составляла 8 км/ч, отстала от Василисы, поднимавшейся со скоростью 12 км/ч. Спустя километр подъем закончился, и Алиса со скоростью 20 км/ч устремилась в погоню за Василисой, двигавшейся со скоростью 15 км/ч. Какое расстояние надо будет пройти Алисе по горизонтальной лыжной трассе, чтобы догнать Василису?

2 Стробоскоп и шарики на ленте

Стробоскоп представляет собой диск с небольшим отверстием в центре и механизмом подсветки. В момент, когда подсветка включается на короткий промежуток времени, можно увидеть предмет, находящийся позади отверстия. За стробоскопом на движущейся ленте установлены шарики, расположенные на одинаковом расстоянии 10 см друг от друга. Найдите все возможные скорости ленты, при которых каждый шарик можно наблюдать в отверстие. Частота мигания подсветки — 1 раз за 0,5 с.



3 Обгон стрелок башенных часов

Часовая стрелка на больших башенных часах в самом широком месте имеет ширину $H = 13$ футов. От концов отрезка такой ширины на часовой стрелке до оси циферблата часов расстояние равно $L = 25$ футов. Минутная стрелка на таком же расстоянии от оси циферблата имеет ширину $h = 5$ футов. Стрелки движутся плавно (без скачков). Определите, за сколько секунд минутная стрелка обгоняет часовую (во время обгона она частично закрывает часовую стрелку). Считается, что обгон начинается в момент, когда минутная стрелка начинает закрывать часовую стрелку в ее самом широком месте, а заканчивается, когда стрелки перестают «перекрываться» в этом месте для наблюдателя, смотрящего на часы издали.

Для справки: длина окружности радиусом R равна $2\pi R$, где $\pi \approx 3,14$.

4 Смесь песка и цемента

Для строительства дома требуется смесь песка со щебнем и цемента общей массой 28 тонн, содержащая цемент и песок с щебнем в отношении 1:8 (по объёму). На стройке уже имеется 3 тонны песка со щебнем и 3 тонны цемента, а остальные материалы хранятся на складе недалеко от стройплощадки.

1. Сколько тонн песка со щебнем и сколько тонн цемента требуется для строительства дома?
2. Сколько поездок потребуется совершить, чтобы доставить недостающие строительные материалы, если вместимость кузова электрокара, в котором их будут перевозить, составляет 400 л?

Плотность смеси песка со щебнем — $1,6 \text{ г/см}^3$, а цемента — $1,2 \text{ г/см}^3$. За один раз можно перевозить только один вид стройматериалов (иначе они будут смешиваться прямо в кузове в неправильной пропорции).

5 Тренер и ученик на стадионе

Тренер проводит занятия по физкультуре необычным способом. Сам он начинает идти по кругу стадиона с постоянной скоростью $u = 1 \text{ м/с}$. За тренером в тот же момент по кругу стадиона начинает бежать его ученик, который все время движется с постоянной скоростью $V = 3 \text{ м/с}$. Когда он достигает тренера, ученик быстро разворачивается, возвращается обратно, добирается до старта, снова быстро разворачивается, опять бежит до тренера, и далее повторяет эти действия нужное число раз. В конечном итоге тренер и ученик пришли к финишу одновременно, причем тренер прошел менее одного круга.

1. Какой путь S_1 пробежал ученик к моменту первой встречи с тренером?
2. Какой путь S пробежал ученик до момента финиша?

Длина окружности стадиона от старта до финиша равна $L = 400 \text{ м}$. В момент старта ученика и тренера длина дуги окружности между ними была равна $D = 100 \text{ м}$. Ученик начинает бежать с линии старта, которая совпадает с линией финиша.

6 Наполнение сосуда двумя кранами

Школьник Николай проводит опыт по наполнению сосуда водой. Когда Николай открыл кран с горячей водой, электронные часы показывали 07:03. Когда сосуд заполнился на четверть (часы показывали 07:10), Николай дополнительно открыл кран с холодной водой. Когда сосуд заполнился до половины (на часах было 07:13), Николай закрыл кран с горячей водой. Каким может быть показание часов, когда сосуд заполнится полностью? При решении учитывайте, что часы показывают, например, время 07:03 в моменты времени от 7 ч 03 мин. 00 с до 7 ч 03 мин. 59,9999... с, а затем показание часов скачком изменяется на 07:04. Открывание и закрывание кранов производится очень быстро.

7 Плотность кварца в бутылке

Вася наполнил две одинаковые легкие пластиковые бутылки емкостью 1 литр кварцевым песком по самое горлышко, и взвесил их. Получились одинаковые массы 1530 г. Затем Вася аккуратно пересыпал песок из одной бутылки в пакет, заполнил бутылку наполовину водой и медленно высыпал весь песок из пакета обратно в эту бутылку, которая снова оказалась заполненной по самое горлышко смесью песка с водой. Весы показали массу бутылки 1866 г. Какова плотность кварца?

8 Закон Гей-Люссака и масса воздуха

В 1802 году Ж. Гей-Люссак, исследуя тепловое расширение воздуха, обнаружил, что объем порции воздуха при атмосферном давлении линейно зависит от температуры, измеряемой в градусах Цельсия: график зависимости объема от температуры является прямой линией. При этом объемы воздуха при температурах 100 °С и 0 °С относятся примерно как 11 : 8.

1. Запишите формулу, выражающую плотность ρ воздуха при температуре t через плотность воздуха ρ_0 при 0 °С и температуру t (выраженную в градусах Цельсия).
2. Определите отношение плотности воздуха при температуре 10 °С к плотности воздуха при температуре 20 °С.
3. Считая плотность воздуха при 0 °С равной $\rho_0 = 1,3 \text{ кг/м}^3$, рассчитайте, как и на сколько изменится масса воздуха в помещении объемом 40 м³ при уменьшении температуры от 20 °С до 10 °С.