

МОШ, 2014/15, заключительный этап, 8 класс

Условия, ответы и решения

1 Велосипедист Вова

Школьник Вова в 10 ч. 46 мин. выехал из дома покататься на велосипеде. В 11 ч. 30 мин. из сообщения, полученного на мобильный телефон, он узнал, что пора возвращаться обратно. Проехав вперед еще 900 м, Вова развернулся и приехал домой в 12 ч. 20 мин. Найдите скорость движения Вовы на велосипеде, считая ее постоянной.

Подсказка

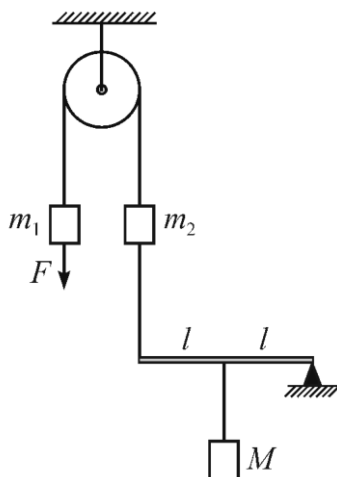
Скорость постоянна, поэтому путь туда и обратно пропорционален времени. Сколько всего времени Вова ехал и какой путь это составило, если лишние 900 м он проехал дважды?

Ответ

18 км/ч.

2 Блок, стержень и грузы

С какой вертикально направленной силой F следует удерживать груз массой m_1 для того, чтобы изображенная на рисунке конструкция из блока, невесомых нитей, легкого стержня и грузов находилась в равновесии? Массы грузов $m_1 = 1$ кг, $m_2 = 2$ кг, $M = 3$ кг. Трения в оси блока нет. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2 .



Подсказка

Рассмотрите условие равновесия стержня относительно опоры, чтобы найти силу натяжения нити, на которой висит груз m_2 , а затем равновесие самого груза m_2 и груза m_1 (нить через блок везде одна).

Ответ

$$F = (m_2 - m_1 + M/2)g = 25 \text{ Н.}$$

3 Пластилиновый кубик с полостью

Кубик из пластилина с длиной ребра 4 см, в котором есть внутренняя полость, держится в жидкости на плаву, погружаясь в нее на $1/24$ своего объема. Если этот пластилиновый кубик смять и снова вылепить из него кубик, но уже без полости, то новый кубик тоже держится на плаву, погружаясь на $8/9$ своего объема. Считая, что при плавлении верхняя грань кубика без полости горизонтальна, найдите, на сколько миллиметров он выступает из жидкости. Плотность пластилина при лепке не меняется.

Подсказка

В обоих случаях сила Архимеда равна весу одного и того же куска пластилина. Найдите, во сколько раз отличаются погружённые объёмы, и свяжите их с размерами нового кубика.

Ответ

Кубик без полости выступает над поверхностью жидкости на $\approx 1,6$ мм.

4 Кипящая вода и дождь

Туристы развели костёр и поставили кипятиться воду в котелке с плоским дном и вертикальными стенками, заполнив котелок на $n = 3/4$ его объёма. Когда вода закипела, котелок не сняли с костра и, спустя время $t_1 = 10$ мин после начала кипения, количество воды в котелке уменьшилось на $\eta_1 = 34\%$. В этот момент начался дождь, но туристы продолжали поддерживать костёр, поскольку группа людей с продуктами задержалась. За следующие $t_2 = 8$ мин количество воды в котелке уменьшилось еще на $\eta_2 = 8\%$ от своего первоначального значения. Известно, что пустой котелок, поставленный вертикально на землю, наполнился бы под дождём доверху за время $t_3 = 64$ мин. Определите температуру дождевых капель до их попадания в котелок. Удельная теплоёмкость воды $c = 4200 \text{ Дж/(кг} \cdot ^\circ\text{C)}$, удельная теплота парообразования воды $r = 2,2 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$. Считайте, что подводимая к воде в котелке тепловая мощность всё время поддерживается постоянной. Интенсивность дождя не меняется.

Подсказка

По первому этапу найдите мощность костра через массу выкипающей воды. Во втором этапе часть этой мощности уходит на нагрев до кипения дождевой воды, поступающей в котелок, — составьте баланс за время t_2 .

Ответ

$$T \approx 20,4 ^\circ\text{C.}$$

5 Автомобилист и железнодорожный переезд

Автомобилист торопится на встречу с мотоциклистом. Они заранее договорились, что встретятся ровно в полдень в определенном месте между 60-м и 80-м километрами автодороги, в начале (на нулевом километре) которой находится автомобилист. Известно, что железнодорожные пути на 70-м километре дороги можно пересекать только с 11:50 до 12:05, а в остальное время переезд закрыт. Автомобилист утверждает, что, начав движение в 11:00, он двигался по дороге с постоянной скоростью, был в назначенном месте встречи вовремя, но, не застав там мотоциклиста, не останавливаясь, продолжил движение с той же скоростью и доехал до своего дома, который находится на 100-м километре дороги. По словам автомобилиста, на железнодорожном переезде он тоже не останавливался. С какой скоростью мог двигаться автомобилист?

Подсказка

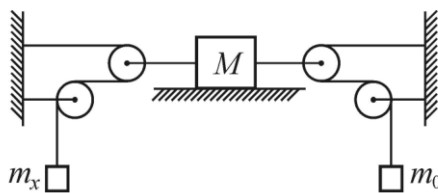
Место встречи может быть до переезда или после него. Для каждого случая запишите время прохождения 70-го километра и потребуйте, чтобы оно попало в интервал, когда переезд открыт.

Ответ

Автомобилист мог двигаться со скоростью от $\frac{14}{13}$ км/мин $\approx 64,6$ км/ч до $\frac{4}{3}$ км/мин = 80 км/ч.

6 Бруски на блоках и трение покоя

В системе, изображенной на рисунке, все блоки невесомые, нити легкие и нерастяжимые, трения в осях блоков нет. Участки нитей, не лежащие на блоках, горизонтальны. Массы брусков, указанные на рисунке, известны. Модуль максимальной силы трения между бруском M и площадкой, на которой он лежит, равен F .



1. Чему может быть равна масса m_x левого бруска для того, чтобы система находилась в равновесии?
2. Чему равно отношение модулей скоростей брусков M и m_x в случае нарушения равновесия системы?

Подсказка

Подвижный блок даёт выигрыш в силе в два раза: найдите силы натяжения нитей, действующих на брусок M слева и справа, и учтите, что сила трения покоя может быть направлена в любую сторону и не превышает F . Для скоростей сравните перемещения нитей у подвижных блоков.

Ответ

1) $m_0 - \frac{F}{2g} \leq m_x \leq m_0 + \frac{F}{2g}$; 2) модуль скорости бруска M вдвое меньше модуля скорости бруска m_x .

7 Метеорит на железных весах

Школьник Вася решил взвесить с помощью железных гирь найденный им недалеко от озера Чебаркуль небольшой кусок челябинского метеорита, используя симметричные равноплечие весы, сделанные из железа. В воздухе взвешивание дало результат $M = 2,1$ кг. Когда весы были полностью погружены в воду озера, результат был другим — для уравнивания весов потребовалось положить на них гири, суммарная масса которых оказалась равной $m = 1,8$ кг. При этом и взвешиваемое вещество, и гири также были полностью погружены в воду. Чему равна плотность материала метеорита? Плотность железа равна $\rho_{\text{ж}} = 7,9$ г/см³, плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1,0$ г/см³.

Подсказка

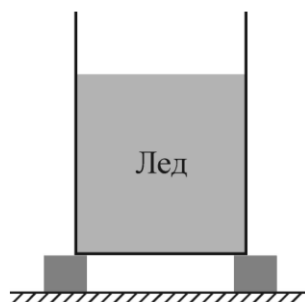
Весы тоже погружены в воду, но они равноплечие и симметричные, поэтому их собственная архимедова сила не нарушает баланс. Запишите равенство моментов с учётом архимедовых сил, действующих на метеорит и на гири.

Ответ

$$\rho_{\text{м}} = \frac{\rho_{\text{в}} \rho_{\text{ж}} M}{\rho_{\text{ж}}(M - m) + \rho_{\text{в}} m} \approx 4 \text{ г/см}^3.$$

8 Таяние льда в бочке

Цилиндрическая бочка с тонкими гладкими вертикальными металлическими стенками, в которую наливают воду для полива растений на даче, имеет радиус $R = 28,5$ см. Бочка установлена на подставках (см. рисунок) так, что между её дном и землёй имеется слой воздуха. Осенью в бочке случайно оставили некоторое количество воды, и когда начались заморозки, вода медленно замёрзла (бочка при этом не деформировалась). Высота уровня льда в бочке оказалась равной $h = 70$ см. Потом наступила оттепель, воздух прогрелся, и лёд нагрелся до температуры $t = 0^\circ\text{C}$ одновременно со всех сторон (сверху, снизу и с боковой поверхности). Затем лёд начал таять, и за время $T = 1$ час растаяло $n = 2\%$ от всей массы льда. Чему будет равна высота уровня воды в бочке (считая от дна) через первый час таяния, и чему — через второй час таяния? Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000$ кг/м³, плотность льда $\rho_{\text{л}} = 900$ кг/м³.



Подсказка

Стенки гладкие, а дно тонкое: давление на дно определяется весом всего содержимого бочки. Как оно связано с высотой столба воды, и меняется ли вес при таянии?

Ответ

Высота уровня воды в бочке будет постоянной (и после первого, и после второго часа) и равной

$$H = \frac{\rho_{\text{л}}}{\rho_{\text{в}}} h = 63 \text{ см.}$$