

МОШ, 2014/15, заключительный этап, 9 класс

Условия, ответы и решения

1 Мяч и камень в полёте

Мячик бросают с начальной скоростью V с поверхности земли под углом α к горизонту. В момент нахождения мячика на максимальной высоте из той же точки на поверхности земли бросают камень под углом β к горизонту. Размеры мячика и камня малы, сопротивлением воздуха можно пренебречь.

1. Определите, с какой начальной скоростью u бросили камень, если он столкнулся с мячиком во время его полёта.
2. Найдите время движения камня от момента его броска до момента столкновения с мячиком.

Подсказка

Запишите зависимости обеих координат от времени для мяча и для камня; время полёта мяча до верхней точки известно, а в момент столкновения координаты тел совпадают.

Ответ

$$1) u = \frac{V \cos \alpha}{\cos \beta - 2 \operatorname{ctg} \alpha \sin \beta}; \quad 2) t = \frac{V \sin^2 \alpha (\cos \beta - 2 \operatorname{ctg} \alpha \sin \beta)}{2g \cos \alpha \sin \beta}.$$

2 Кубик на глине и подтекающая вода

На горизонтальном глинистом дне водоёма стоит кубик с длиной ребра a и плотностью ρ . Высота уровня воды над верхней гранью кубика равна H . В начальный момент времени воды под кубиком нет. Вода начинает очень медленно подтекать под кубик. Чему будет равна площадь S части нижней грани, которая останется сухой к моменту, когда кубик начнёт всплывать? Плотность воды равна $\rho_{\text{в}}$, кубик легче воды.

Подсказка

Кубик начнёт всплывать, когда сила давления воды снизу на подмоченную часть грани вместе с давлением сверху сравняется с силой тяжести; под сухой частью давление воды на дно не действует.

Ответ

$$S = \frac{(\rho_{\text{в}} - \rho) a^3}{\rho_{\text{в}} (a + H)}.$$

3 Кипятильник из переплавленной проволоки

Для изготовления нагревательной спирали кипятильника взяли проволоку длиной l_1 . После подключения этого кипятильника к источнику напряжения с малым внутренним сопротивлением на нагревание некоторой массы воды в калориметре на 50°C было затрачено время $\tau_1 = 2$ минуты. Затем проволоку, из которой была сделана спираль кипятильника, расплавили и изготовили из расплава новую проволоку длиной $l_2 = 2l_1$. Из новой проволоки сделали другую спираль для кипятильника, опустили его в другой калориметр с другим количеством воды и подключили кипятильник к тому же источнику напряжения. На нагревание воды на 50°C во втором калориметре было потрачено время $\tau_2 = 12$ минут. Во сколько раз масса воды во втором калориметре отличается от массы воды в первом калориметре? Считайте, что потерь теплоты при нагревании воды не происходит, теплоёмкости калориметров пренебрежимо малы, а плотность и проводимость металла после переплавки остаются прежними.

Подсказка

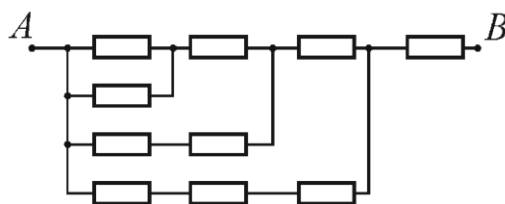
Объём металла не меняется, поэтому при удвоении длины сечение уменьшается вдвое. Во сколько раз изменилось сопротивление и, значит, мощность при том же напряжении?

Ответ

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{\tau_2}{\tau_1} \left(\frac{l_1}{l_2} \right)^2 = \frac{\tau_2}{4\tau_1} = 1,5 \text{ раза.}$$

4 Перерезанный провод в цепи

Участок AB электрической цепи, схема которого показана на рисунке, состоит из одинаковых резисторов и проводов, сопротивление которых пренебрежимо мало. Сопротивление этого участка цепи равно $R_1 = 730$ Ом. После того, как школьник Вася перерезал один из проводов, сопротивление участка AB стало равным $R_2 = 1360$ Ом. В каких точках Вася мог перерезать провод? Укажите две такие точки. Ответ обоснуйте.



Подсказка

Сначала найдите сопротивление одного резистора по R_1 : часть резисторов замкнута проводами накоротко. Затем переберите, какие перерезания дают R_2 .

Ответ

Вася мог перерезать провод возле третьего слева резистора верхней цепочки с любой из сторон от него (т. е. провод между вторым и третьим резисторами верхней цепочки либо между третьим и четвёртым).

5 Равноускоренный брусок и погрешности

Школьница Варвара изучает равноускоренное движение бруска по наклонной плоскости вдоль оси x . С помощью специальных датчиков она исследует, в какие моменты времени t от начала движения передняя грань бруска проходит через точки с различными координатами x . Результаты измерений Варвара внесла в таблицу:

x , см	10	20	30	40
t , с	0,26	0,37	0,45	0,52

Погрешность измерения координаты составляет 0,1 см, точность показаний электронного секундомера 0,01 с. Брусок начинает двигаться без начальной скорости.

1. Каким может быть модуль ускорения бруска при движении по данной наклонной плоскости?
2. Какой результат можно получить при измерении координаты передней грани бруска в момент его остановки (из-за препятствия на наклонной плоскости), если секундомер в этот момент показал 0,69 с?

Подсказка

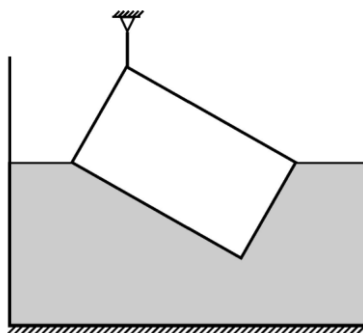
Для каждого измерения $x = at^2/2$ даёт интервал возможных a с учётом погрешностей x и t ; допустимое ускорение лежит в пересечении всех интервалов.

Ответ

1) ускорение может быть в интервале от 2,72 м/с² до 3,23 м/с²; 2) координата может оказаться от 64,6 см до 77,2 см.

6 Треугольный брусок на нитях над водой

Длинный однородный брусок с поперечным сечением в виде прямоугольника со сторонами $a \neq b$ подвешен на двух вертикальных нитях, прикреплённых к одному из рёбер, над сосудом, в который наливают воду. Когда в сосуд налили некоторое количество воды, два ребра бруска оказались точно на поверхности воды (вид сбоку, со стороны вышеупомянутого поперечного сечения, показан на рисунке). Найдите плотность материала, из которого сделан брусок. Плотность воды $\rho = 1$ г/см³.



Примечание: центр масс однородного треугольника расположен на пересечении его медиан.

Подсказка

Запишите правило моментов относительно точки подвеса; погружённая часть бруска — треугольник, сила Архимеда приложена в его центре масс.

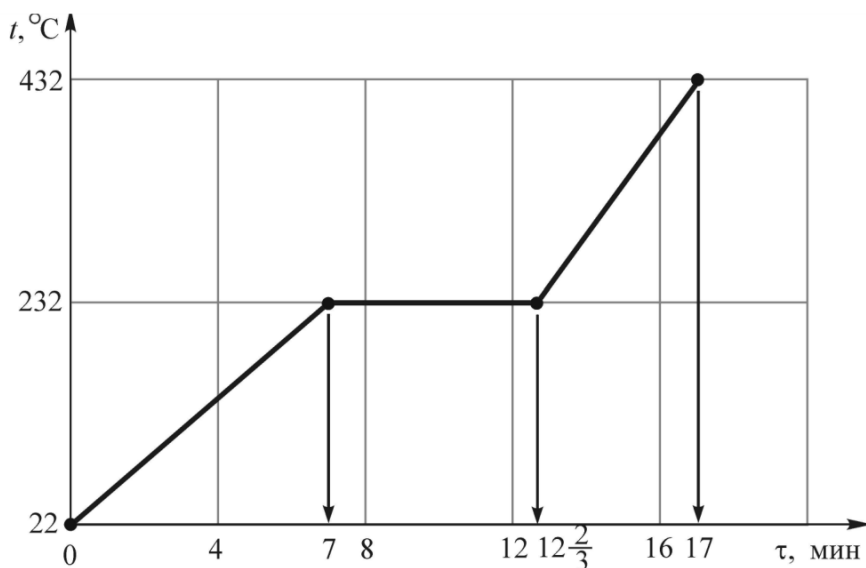
Ответ

$$\rho_0 = \frac{2}{3} \approx 0,67 \text{ г/см}^3.$$

7 График нагрева и смена мощности печи

По «счастливой» случайности отличнику Руслану и первой красавице Людмиле выпало вместе делать простейшую лабораторную работу по физике — «Определение удельной теплоты плавления неизвестного вещества». Руслан включил печь, установив некоторую определённую мощность нагревания, поместил в капсулу кусочек исследуемого вещества и ровно в 10^{00} по московскому времени начал измерения. Когда Руслан отошёл к учителю, скучающая Людмила тайком переключила тумблер установки мощности печи в другое положение (которое, естественно, не запомнила) и более его не меняла.

К великому удивлению Руслана, результат работы был совершенно неверным, и тогда, под угрозой двойки, Людмила созналась в содеянном. Учитель пожалел ребят и, сообщив им справочные данные, попросил определить: 1) установленную Людмилой мощность печи; и 2) точное московское время переключения Людмилой тумблера установки мощности. Используя полученный Русланом при «помощи» Людмилы график зависимости температуры t вещества от времени τ , помогите школьникам справиться с заданием учителя.



Справочные данные: удельная теплоёмкость исследуемого вещества в жидком состоянии $c_{\text{ж}} = 260 \text{ Дж/(кг} \cdot ^\circ\text{C)}$; удельная теплота плавления этого вещества $\lambda = 60 \text{ кДж/кг}$; масса кусочка вещества $m = 50 \text{ г}$; мощность печи, первоначально установленная Русланом, $P_1 = 6 \text{ Вт}$.

Подсказка

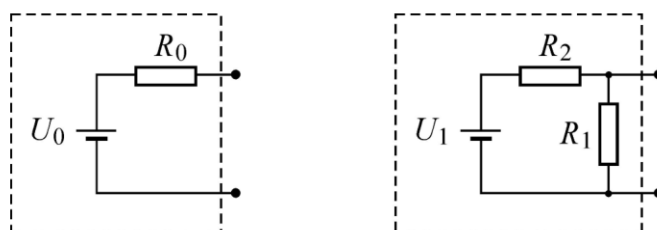
По последнему участку графика найдите мощность через $c_{\text{ж}} m \Delta t / \Delta \tau$. Момент переключения определите по длительности плавления: теплота λm набирается при двух разных мощностях.

Ответ

1) мощность печи, установленная Людмилой, 10 Вт; 2) время переключения 10 часов 8 минут 40 секунд.

8 Чёрный ящик с батареей и резистором

В «чёрном ящике» находится схема, состоящая из последовательно соединённых идеальной батарейки с напряжением $U_0 = 3,3$ В и резистора сопротивлением $R_0 = 1500$ Ом (рисунок слева). При попытке изготовить второй такой же «чёрный ящик» оказалось, что батареек с нужным напряжением 3,3 В в лаборатории больше нет, зато есть другая идеальная батарейка с напряжением $U_1 = 5$ В. По этой причине решили собрать схему, состоящую из имеющейся батарейки и двух резисторов, соединив эти элементы так, как изображено на рисунке справа. Найдите, какими должны быть сопротивления резисторов R_1 и R_2 для того, чтобы два этих «чёрных ящика» оказались эквивалентными друг другу.



Подсказка

Эквивалентность значит одинаковые напряжение холостого хода и ток короткого замыкания (или внутреннее сопротивление) у обеих схем.

Ответ

$$R_1 = \frac{R_0 U_1}{U_1 - U_0} \approx 2,3 \text{ кОм}, \quad R_2 = \frac{R_0 U_1}{U_0} \approx 4,4 \text{ кОм}.$$

Источник: Московская олимпиада школьников по физике, 2014/15, заключительный этап, 9 класс — условия (1), условия (2), решения (1), решения (2). Задачи перенабраны на botay.pro, решения — по официальным.