

МОШ, 2015/16, отборочный этап, 8 класс

[Условия, ответы и решения](#)

1 Алюминиевый шарик с полостью

Алюминиевый шарик с герметичной внутренней полостью аккуратно опустили в измерительный цилиндр, заполненный водой. При этом объём вытесненной жидкости был равен 18 мл. Затем этот же шарик аккуратно опустили в измерительный цилиндр, заполненный керосином. В этом случае объём вытесненной жидкости равнялся 20 мл. Найдите массу шарика, его объём и объём полости.

Плотность алюминия $\rho_0 = 2,7 \text{ г/см}^3$, воды $\rho_1 = 1,0 \text{ г/см}^3$, керосина $\rho_2 = 0,8 \text{ г/см}^3$. Шарик не касался стенок цилиндра, уровень жидкости в цилиндре всегда был в несколько раз больше диаметра шарика.

Подсказка

Вытесненный объём одинаков не в обеих жидкостях, а значит, в одной из них шарик плавает, а в другой полностью погружён. В какой именно? Для плавающего тела вес вытесненной жидкости равен весу тела.

Ответ

Масса шарика 18 г, его объём 20 см^3 , объём полости $\approx 13,3 \text{ см}^3$.

2 Пружина при растяжении и сжатии

Если некоторую пружину растягивать силой 30 Н, её длина будет равна 28 см, а если сжимать силой 20 Н, то её длина будет равна 23 см. Найдите длину пружины в недеформированном состоянии и жёсткость пружины.

Подсказка

По закону Гука сила пропорциональна изменению длины относительно недеформированной. Запишите его для обоих случаев и получите два уравнения с двумя неизвестными.

Ответ

Длина пружины в недеформированном состоянии 25 см; жёсткость пружины 10 Н/см.

3 Бумажные разновесы

Из набора гирь («разновесов») Настей были утеряны некоторые миллиграммовые гирьки. Для изготовления временных миллиграммовых разновесов она использовала бумагу из папиного принтера. Помогите Насте вычислить размеры бумажных разновесов прямоугольной формы для замены гирек массами 50 мг, 100 мг, 200 мг (по одному варианту для каждой гирьки). Один квадратный метр бумаги имеет массу 80 г. Какое максимальное число наборов из трёх разновесов прямоугольной формы можно получить из листа бумаги с размерами $20 \times 40 \text{ см}^2$?

Подсказка

Масса бумажного прямоугольника пропорциональна его площади. Найдите площадь, соответствующую 100 мг, а затем оцените, сколько наборов по площади может поместиться на листе.

Ответ

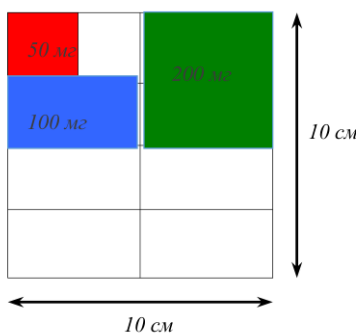
50 мг — $2,5 \text{ см} \times 2,5 \text{ см}$; 100 мг — $5 \text{ см} \times 2,5 \text{ см}$; 200 мг — $5 \text{ см} \times 5 \text{ см}$ (возможны другие варианты). Максимум можно вырезать 18 наборов.

Решение

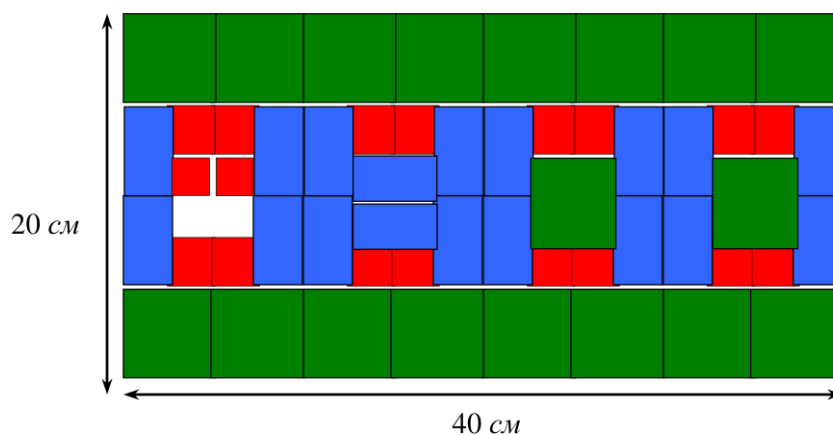
Определим площадь бумаги для изготовления гирьки в 100 мг:

$$S = \frac{0,100 \text{ г}}{80 \text{ г}} \cdot 10^4 \text{ см}^2 = \frac{100}{8} \text{ см}^2.$$

Нужно вырезать квадрат $10 \times 10 \text{ см}^2$ и разрезать его на восемь частей. Размеры для различных гирек показаны на рисунке.



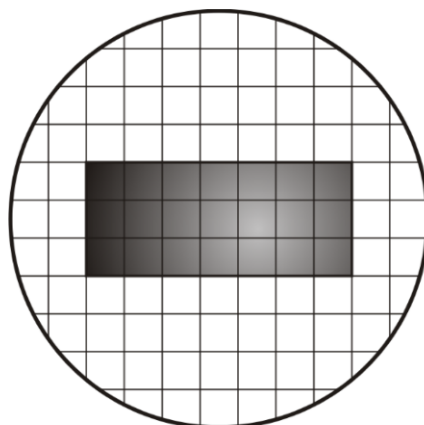
Максимум можно вырезать 18 наборов, в каждом из которых будет по 3 разновеса (50 мг, 100 мг, 200 мг). Пример схемы разрезания представлен на рисунке.



4 Микроскоп с сеткой

Оптический микроскоп состоит из двух основных частей: объектива и окуляра. Изучаемый предмет (объект) помещают перед объективом, тогда за объективом возникает изображение предмета, которое больше самого предмета в некоторое число раз, которое называется увеличением объектива. Это изображение рассматривают через окуляр (от слова «око» — глаз), который в свою очередь также «увеличивает» наблюдаемые через него предметы в некоторое число раз, которое называется увеличением окуляра. Обычно микроскопы имеют несколько объективов с различным увеличением, чтобы экспериментатор имел возможность выбрать увеличение, наиболее удобное для данного опыта.

На рисунке показано видимое через окуляр изображение образца прямоугольной формы, полученное с помощью оптического микроскопа с увеличением объектива $\times 4$ и увеличением окуляра $\times 10$. Для того, чтобы измерять размеры наблюдаемых объектов, между объективом и окуляром в микроскопе помещена тонкая сетка, расстояние между соседними линиями которой равно 0,5 мм. Чему равно полное увеличение микроскопа? С помощью рисунка определите истинные длины сторон образца. Рассчитайте площадь поверхности образца.



Подсказка

Сетка стоит между объективом и окуляром, поэтому её шаг относится к изображению, которое даёт объектив, а не к самому образцу. Во сколько раз образец меньше этого изображения?

Ответ

Размеры образца $0,875 \text{ мм} \times 0,375 \text{ мм}$; площадь поверхности образца $\approx 0,33 \text{ мм}^2$; полное увеличение микроскопа 40.

5 Полый стальной кубик

Полый стальной кубик с тонкими стенками, длина ребра которого 100 мм, имеет массу 472 г. Чему равна толщина стенок кубика, если у всех стенок она одинакова? Плотность стали $\rho_c = 7800 \text{ кг/м}^3$.

Подсказка

Масса определяется объёмом стали, то есть разностью объёмов внешнего куба и внутренней кубической полости.

Ответ

Толщина стенок $h \approx 1$ мм.

Решение

Пусть a — длина ребра кубика, b — длина ребра полости. Тогда

$$\rho_c(a^3 - b^3) = m \Rightarrow b = \sqrt[3]{a^3 - \frac{m}{\rho_c}} = \sqrt[3]{10^3 - \frac{472}{7,8}} \approx 9,79 \text{ см} \approx 98 \text{ мм}.$$

Пусть h — толщина стенок кубика, тогда

$$h = \frac{a - b}{2} \approx 1 \text{ мм}.$$

6 Красная Шапочка и Волк

Однажды Красная Шапочка решила навестить бабушку. Путь ей предстоял не близкий. Сначала она треть пути не спеша шла по дорожке со скоростью 4 км/ч. Затем, проголодавшись, села на пенек и съела несколько пирожков. Потратив на еду много времени, девочка загрустила, так как уже начинало темнеть. К счастью, тут из леса выбежал Волк, который любезно согласился домчать её до бабушки со скоростью 12 км/ч. В результате получилось, что на всё путешествие девочке потребовалось столько же времени, сколько и при движении с постоянной скоростью 4 км/ч. Сколько пирожков на пенёке скушала Красная Шапочка, если на каждый пирожок она затрачивала время равное одной девятой времени всего своего путешествия?

Подсказка

Если средняя скорость на всём пути равна скорости на первой трети, какова средняя скорость на оставшихся двух третях? Запишите её через время стоянки и скорость Волка.

Ответ

4 пирожка.

Решение

Если средняя скорость равна скорости на первой трети пути, значит, средняя скорость на второй части пути также равна 4 км/ч. Пусть T — время путешествия Красной Шапочки. Тогда на «перекус» и поездку верхом на Волке Красная Шапочка потратила $\frac{2}{3}T$.

Пусть Красная Шапочка сидела на пенёке и ела пирожки время t . Запишем формулу средней скорости для второй части пути:

$$v_{\text{ср}} = \frac{v_{\text{в}} \left(\frac{2}{3}T - t \right) + 0 \cdot t}{\frac{2}{3}T} \Rightarrow t = \frac{2}{3}T \left(1 - \frac{v_{\text{ср}}}{v_{\text{в}}} \right) = \frac{4}{9}T,$$

где $v_{\text{ср}}$ — средняя скорость на второй части пути, $v_{\text{в}}$ — скорость Волка. Так как на каждый пирожок Красная Шапочка затрачивала время, равное одной девятой времени всего своего путешествия, следовательно, она съела 4 пирожка.

7 Нагрев льда в калориметре

В калориметре находится некоторое количество льда. После того, как в калориметр на время τ_1 опустили нагреватель, в нём оказался лёд, имеющий температуру на 2°C большую, чем в начале. Какое время τ_2 может потребоваться для дальнейшего нагревания содержимого калориметра тем же нагревателем ещё на 2°C ? Удельная теплоёмкость воды $c_2 = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$, льда $c_1 = 2100 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 330 \text{ кДж}/\text{кг}$. Потерями в окружающую среду и теплоёмкостью калориметра можно пренебречь. Процессы теплообмена внутри калориметра считать достаточно быстрыми.

Подсказка

Начальная температура льда неизвестна. Рассмотрите две крайние ситуации: после первого нагрева лёд всё ещё заметно холоднее 0°C и лёд уже достиг 0°C .

Ответ

$$\tau_1 \leq \tau_2 \leq 80,6 \tau_1.$$

Решение

В процессе первого нагревания льду было передано количество теплоты $Q = c_1 m (2^\circ\text{C})$. В зависимости от конечной температуры льда после первого нагревания возможны следующие предельные варианты:

- а) был получен лёд при температуре меньшей, чем -2°C , тогда на повторное нагревание снова понадобится количество теплоты Q и $\tau_2 = \tau_1$.
- б) был получен лёд при температуре 0°C , тогда сперва придётся лёд расплавить, а затем полученную воду нагреть на 2°C . Для этого потребуются количество теплоты

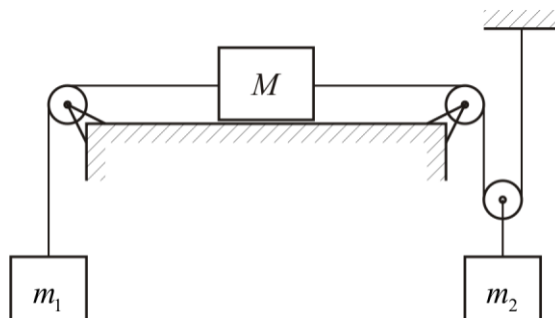
$$Q_1 = c_2 m (2^\circ\text{C}) + \lambda m = \frac{c_2 (2^\circ\text{C}) + \lambda}{c_1 (2^\circ\text{C})} Q \approx 80,6 Q.$$

Значит, необходимое время нагревания в этом случае $\tau_2 = 80,6 \tau_1$. В промежуточных случаях (когда температура льда после первого нагревания больше -2°C , но меньше 0°C), потребуется меньшее время нагревания, так как теплоёмкость льда меньше теплоёмкости воды.

Искомое время нагревания лежит в диапазоне $\tau_1 \leq \tau_2 \leq 80,6 \tau_1$.

8 Брусок между двумя грузами

К бруску, лежащему на столе, с двух сторон с помощью систем из нитей и блоков прикреплены два груза (см. рисунок). Масса левого груза $m_1 = 2$ кг и остаётся постоянной, а массу правого груза m_2 можно изменять. Оказалось, что если масса правого груза больше 2 кг, но меньше 6 кг, то система находится в равновесии, в противном случае брусок начинает двигаться. Найдите коэффициент трения μ между бруском и столом, если масса бруска 10 кг. Нити невесомы и нерастяжимы, блоки невесомы и трения в осях блоков нет.



Подсказка

Правый груз висит на подвижном блоке, поэтому нить тянет брусок вдвое слабее, чем вес груза. Сила трения покоя на границах равновесия достигает максимума μN .

Ответ

$\mu = 0,1$.

Решение

Когда система находится в равновесии, сила натяжения T_1 нити, привязанной к бруску справа, равна силе тяжести, действующей на левый груз: $T_1 = m_1 g$; а сила натяжения T_2 нити, привязанной к бруску слева, равна половине силы тяжести, действующей на правый груз: $T_2 = m_2 g / 2$. На брусок по вертикали действуют сила тяжести Mg и сила реакции опоры N . Из условия равновесия $N = Mg$. По горизонтали на брусок действуют силы натяжения нитей и сила трения $F_{\text{тр}}$, из условия равновесия $F_{\text{тр}} = |T_1 - T_2| = |m_1 g - m_2 g / 2|$. Модуль силы трения не может быть больше, чем μN , откуда

$$\begin{aligned} \mu Mg &= m_1 g - \frac{m_2 \min g}{2} = \frac{m_2 \max g}{2} - m_1 g, \\ \mu &= \frac{2m_1 - m_2 \min}{2M} = \frac{m_2 \max - 2m_1}{2M} = 0,1. \end{aligned}$$

Источник: Московская олимпиада школьников по физике, 2015/16, отборочный этап, 8 класс — условия (1), условия (2), решения (1), решения (2). Задачи перенабраны на botay.pro, решения — по официальным.