

МОШ, 2015/16, заключительный этап, 7 класс

Условия

1 Катер в канале с течением

Горизонтальный канал соединяет две судоходные реки А и Б. Иногда в нем возникает слабое течение, которое может быть направлено либо в одну, либо в другую сторону. От одной реки к другой по каналу курсирует катер, скорость которого относительно воды постоянна. Капитан катера заметил, что за много лет ему никогда не удавалось совершить рейс туда и обратно быстрее, чем за $t_1 = 2$ часа, а самый неудачный рейс длился $t_2 = 3$ часа (время разворота катера и остановок не учитывается). Однажды мотор катера сломался, но из-за стечения обстоятельств рейс от А к Б и обратно все-таки был выполнен. Какое минимальное время для этого могло понадобиться катеру?

После ремонта катер стал развивать в два раза большую скорость относительно воды. Как долго теперь может длиться рейс туда и обратно?

2 Средняя скорость на пути семьи

Семья Петровых ехала на машине из города в деревню. Весь путь занял у них 2,5 часа. Известно, что средняя скорость машины за первые 2 часа пути равна 60 км/ч, а средняя скорость за последние 2 часа пути равна 80 км/ч. Отец попросил сына, зная это, вычислить среднюю скорость машины на всём пути. Подумав, сын справедливо сказал, что для этого недостаточно данных, но можно вычислить наименьшее и наибольшее возможное значение средней скорости, зная, что семья никогда не нарушает правила дорожного движения, а машина едет только вперёд. Согласно правилам, скорость машины везде на пути от города к деревне не должна превышать 90 км/ч. Найдите наименьшее и наибольшее возможное значение средней скорости машины Петровых.

3 Яйца в специальном ящике

В тексте одной из задач задачника Григория Остера «Ненаглядное пособие по математике» написано следующее:

«В специальный ящик можно уложить 68 куриных яиц. Если уминать их ногами, то поместится в 100 раз больше».

С точки зрения физики, это может показаться странным. Жидкости (в частности, белок и желток куриных яиц) трудно поддаются сжатию. Поэтому плотности белка и желтка практически невозможно изменить, уминая яйца ногами. То же самое справедливо и в отношении яичной скорлупы. Поэтому, если яйца в ящике лежат вплотную друг к другу, то объём содержимого ящика нельзя изменить в такое большое число (100) раз.

Однако, в задаче сказано, что ящик — специальный. Можно предположить, что в ящике были специальные перегородки, за счёт которых яйца укладывались не вплотную, а на некотором расстоянии друг от друга, и большую часть объёма ящика занимал воздух. Предположим, что эти перегородки были лёгкими и тонкими: масса и объём всех перегородок пренебрежимо

мала по сравнению с массой и объёмом всех яиц. Будем считать также, что при уминании яиц ногами белок и желток не выплёскиваются из ящика. Известно, что средняя плотность одного куриного яйца равна 1060 кг/м^3 . Зная это, ответьте на следующие вопросы.

1. Чему равна средняя плотность содержимого специального ящика с 68 куриными яйцами?
2. Чему равна средняя плотность содержимого специального ящика, если в него положили только 40 яиц?

4 Масса печатного символа

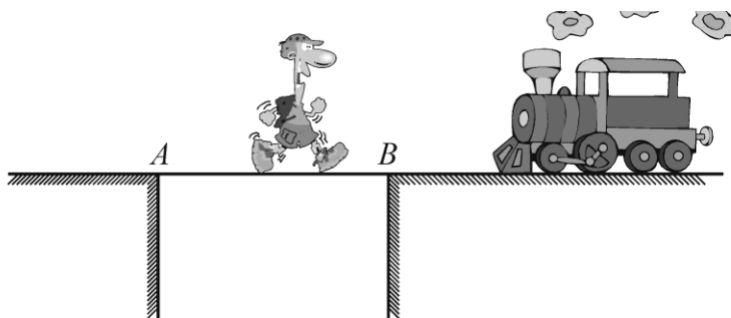
Вася взвесил на очень точных электронных весах (которые «чувствуют» изменение массы $0,01 \text{ г}$) два чистых белых листа бумаги формата A4 (плотность бумаги 80 г/м^2 , размеры листа $297 \text{ мм} \times 210 \text{ мм}$). Массы листов были совершенно одинаковыми. На одном из листов на двух его сторонах Вася напечатал на принтере текст, в котором было 6500 символов. После взвешивания листа с текстом оказалось, что его масса увеличилась на 1,6%. Сколько в среднем весит один символ?

5 Автобус и средняя скорость за треть времени

Первую половину пути автобус ехал со скоростью в 8 раз большей, чем вторую. Средняя скорость автобуса на всем пути оказалась равной 16 км/ч . Найдите среднюю скорость автобуса за первую треть времени движения.

6 Турист и поезд на мосту

Турист переходил узкий железнодорожный мост в направлении от точки A к точке B (см. рисунок). Находясь на расстоянии $d = 50 \text{ м}$ от середины моста, ближе к точке B , он увидел поезд, движущийся ему навстречу со скоростью $V = 54 \text{ км/ч}$, который в этот момент находился на расстоянии $S = 300 \text{ м}$ от туриста. Турист побежал вперёд, навстречу поезду, с постоянной скоростью $v = 5 \text{ м/с}$, и успел достигнуть точки B в момент, когда поезд находился на расстоянии $h = 60 \text{ м}$ от этой точки.



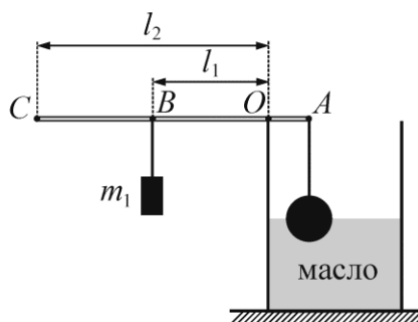
Успел бы турист добежать до точки A , если бы он, увидев поезд, мгновенно развернулся и побежал с такой же скоростью назад? Если да, то на каком расстоянии от точки A находился бы поезд в момент, когда турист достиг бы этой точки? Если нет, то на каком расстоянии от точки A поезд мог бы догнать его? Скорость поезда постоянна.

7 Лёд в зелёной жидкости

В цилиндрический стакан до половины налили зеленую жидкость, которая не смешивается и никак не реагирует с водой, после чего отметили на стенке уровень жидкости. Затем в стакан опустили маленький кусочек льда (объем кусочка гораздо меньше объёма жидкости). При этом уровень зеленой жидкости в стакане поднялся на величину x . После того, как весь лёд растаял, уровень зеленой жидкости над **начальной** отметкой составил y . Постройте график зависимости отношения y/x от плотности ρ зеленой жидкости.

8 Рычаг и шарик в масле и воде

К правому концу A стержня, масса которого пренебрежимо мала, подвесили на тонкой нити алюминиевый шарик. Стержень положили на край сосуда с машинным маслом (как показано на рисунке), а к точке B , находящейся на расстоянии $l_1 = 50$ см слева от точки опоры O , подвесили груз массой $m_1 = 2,3$ кг. При этом шарик оказался погружен в масло на половину своего объема. Затем груз m_1 сняли, а стержень с шаром перенесли и положили на край сосуда с водой так, что точка опоры O осталась прежней. Груз какой массой m_2 надо подвесить к другому концу стержня C , находящемуся на расстоянии $l_2 = 110$ см от точки O , чтобы алюминиевый шарик снова оказался погруженным на половину своего объема? Плотности алюминия, машинного масла и воды равны $\rho_a = 2700$ кг/м³, $\rho_m = 800$ кг/м³ и $\rho_v = 1000$ кг/м³, соответственно. Перед погружением шарика в воду его тщательно протерли от масла.



Источник: Московская олимпиада школьников по физике, 2015/16, заключительный этап, 7 класс — условия (1), условия (2), решения (1), решения (2). Задачи перенабраны на botay.pro, решения — по официальным.