

МОШ, 2015/16, заключительный этап, 8 класс

Условия, ответы и решения

1 Туристы и дальность рации

Две группы туристов одновременно вышли из турбазы в двух противоположных направлениях. Группы поддерживают между собой связь по рации, радиус действия которой равен $R = 10$ км. Первая группа, пройдя путь $S_1 = 2$ км по лесу, вышла из леса и увеличила свою скорость на $\Delta v = 1,5$ км/ч, и спустя $t_1 = 40$ минут после этого связь по рации прервалась. Вторая группа после $t_2 = 30$ минут ходьбы уменьшила свою скорость в $n = 1,2$ раза, и после того, как она прошла ещё $S_2 = 3$ км, связь по рации прервалась. Найдите скорости каждой группы сразу после выхода из турбазы. Туристы движутся всё время по одной прямой, не меняя направления своего движения. Ответы дайте в численном виде, округлив до десятых долей км/ч.

Подсказка

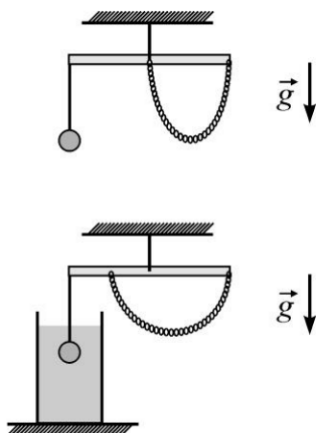
Свяжите пути обеих групп к моменту обрыва связи: их сумма равна R . Кроме того, связь прервалась у обеих групп в один и тот же момент, поэтому полные времена движения равны.

Ответ

$v_1 \approx 2,9$ км/ч, $v_2 \approx 4,2$ км/ч.

2 Линейка с грузом и цепочкой

Однородная линейка подвешена к потолку на нити, привязанной к середине линейки. К линейке прикреплены груз и однородная цепочка так, как показано на первом рисунке. При этом линейка горизонтальна и находится в равновесии. Затем груз полностью погрузили в воду так, что он не касался дна и стенок стакана. Для того, чтобы сохранить равновесие системы, пришлось переместить точку прикрепления к линейке одного из концов цепочки на $1/4$ длины линейки — как показано на втором рисунке. Какова средняя плотность материала, из которого сделан груз?



Подсказка

Из равновесия в воздухе выразите массу груза через массу цепочки. После погружения к весу груза добавляется сила Архимеда, и момент цепочки изменяется за счёт сдвига точки подвеса её конца.

Ответ

$$\rho_{\text{груза}} = 2\rho_{\text{воды}} = 2000 \text{ кг/м}^3.$$

3 Кастрюли, плитки и кипятильник

На кухне стоят две включенные (прогревшиеся) электроплитки мощностями 1 кВт и 2 кВт, а также есть один кипятильник мощностью 0,5 кВт (время его прогрева мало). Хозяйка заполняет водой три кастрюли, налив в них 1, 2 и 3 литра воды, соответственно, и планирует как можно быстрее получить 6 литров кипятка. Начальная температура воды во всех кастрюлях одинакова и равна $+20^\circ\text{C}$. Удельная теплоемкость воды $4200 \text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$. Чему равно минимальное время, необходимое для получения кипятка? Опишите одну из возможных процедур манипуляций с кастрюлями, плитками и кипятильником, при которой это рекордное время достигается. Считайте, что вся теплота передается только воде. Временами, которые хозяйка тратит на перестановку кастрюль и перемещение кипятильника, можно пренебречь.

Подсказка

Быстрее всего получится, если все три нагревателя работают непрерывно, а вода во всех кастрюлях закипает одновременно. Тогда время определяется полной теплотой и суммарной мощностью.

Ответ

Минимальное время нагревания равно $576 \text{ с} = 9 \text{ мин } 36 \text{ с}$. Возможная (но не единственная) процедура такова. Сначала воду нагревают в течение времени $t_1 = 96 \text{ с}$: кастрюля на 1 л — на плитке 1 кВт, кастрюля на 2 л — на плитке 2 кВт, кастрюля на 3 л — с кипятильником 0,5 кВт. Затем в течение $t_2 = 480 \text{ с}$ вода доводится до кипения одновременно во всех кастрюлях: кипятильник находится в кастрюле на 1 л, на плите 1 кВт стоит кастрюля на 2 л, на плите 2 кВт стоит кастрюля с тремя литрами воды.

4 Составная проволока при нагреве

Два длинных куска проволоки изготовлены из разных металлов A и B . В первом опыте от проволоки из металла A отрезали кусок длиной l_1 и нагрели его, увеличив его температуру на величину Δt_1 . При этом длина куска увеличилась на Δl_1 . Во втором опыте от проволоки из металла B отрезали кусок длиной l_2 и нагрели его, увеличив его температуру на величину Δt_2 , и длина этого куска увеличилась на Δl_2 . В третьем опыте от проволоки из металла A отрезали кусок длиной a , а от проволоки из металла B отрезали кусок длиной b , и соединили эти куски друг с другом последовательно. На сколько нужно нагреть получившийся составной кусок проволоки для того, чтобы его длина увеличилась на ΔL ? Считайте, что для обоих металлов выполняется линейный закон теплового расширения, при котором относительное увеличение длины каждого куска проволоки пропорционально абсолютному увеличению его температуры.

Подсказка

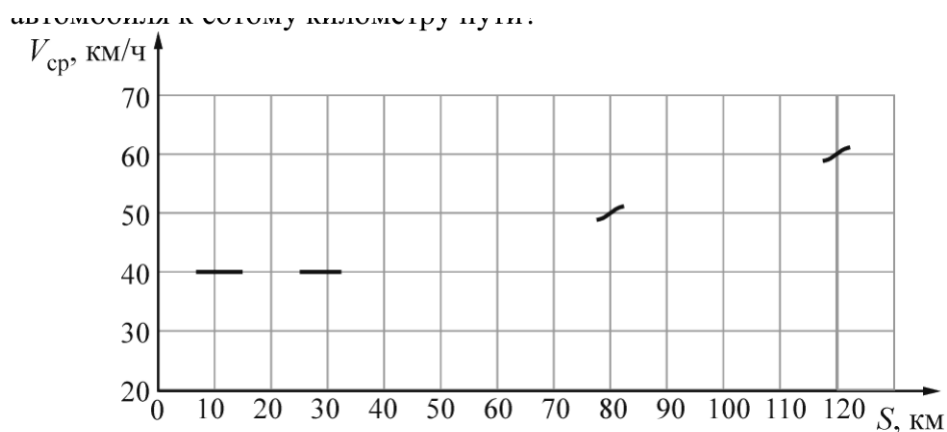
Из первых двух опытов найдите коэффициенты линейного расширения обоих металлов. Удлинение составного куска равно сумме удлинений его частей.

Ответ

$$\Delta t = \frac{\Delta L}{\frac{a \Delta l_1}{l_1 \Delta t_1} + \frac{b \Delta l_2}{l_2 \Delta t_2}}.$$

5 График средней скорости автомобиля

Автомобиль часть пути ехал с постоянной скоростью V_1 по грунтовой дороге, а затем, выехав на хороший асфальт, поехал быстрее с другой постоянной скоростью V_2 . На рисунке приведен график зависимости **средней** скорости $V_{\text{ср}}$ автомобиля от пройденного им пути S . К сожалению, большая часть графика от времени выцвела, и на нем остались лишь отдельные фрагменты. Определите значения скоростей V_1 и V_2 . Сколько времени длилось движение по грунтовой дороге? Какого значения достигла средняя скорость автомобиля к сотому километру пути?



Подсказка

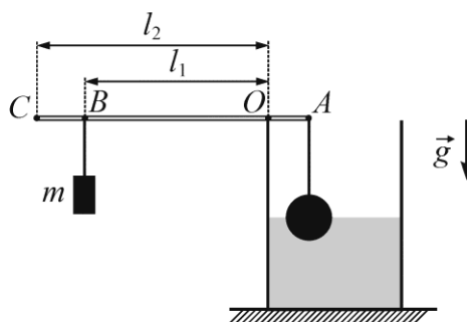
Пока автомобиль едет по грунту, средняя скорость равна V_1 . Запишите среднюю скорость как полный путь, делённый на полное время, для точек на асфальтовом участке.

Ответ

$V_1 = 40$ км/ч; $V_2 = 100$ км/ч; по грунтовой дороге автомобиль ехал 1 ч 20 мин; средняя скорость к сотому километру пути 55,6 км/ч (но не 55 км/ч).

6 Стержень и шарик в воде

К правому концу A стержня, масса которого пренебрежимо мала, подвесили на тонкой нити алюминиевый шарик. Стержень положили на край сосуда с водой (как показано на рисунке), а к точке B , находящейся на расстоянии $l_1 = 50$ см слева от точки опоры O , подвесили груз такой массой m , что шарик оказался погруженным в воду на половину своего объёма. На какую часть своего объёма окажется погруженным в воду этот шарик, если груз m перевесить из точки B в точку C , находящуюся на расстоянии $l_2 = 60$ см слева от точки O ? Плотность алюминия $\rho_a = 2700$ кг/м³, плотность воды $\rho_v = 1000$ кг/м³.



Подсказка

Условие равновесия рычага по моментам относительно O запишите дважды: для исходного и для нового положения груза. Неизвестными будут масса груза (или длина OA) и доля погружённого объёма.

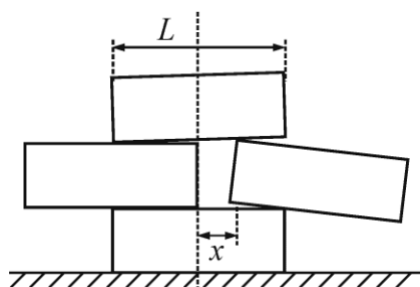
Ответ

Шарик окажется погруженным на часть объёма

$$\alpha = \frac{\rho_a}{\rho_b} - \frac{l_2}{l_1} \left(\frac{\rho_a}{\rho_b} - \frac{1}{2} \right) = 0,06.$$

7 Стопка ледяных кирпичиков

Из четырех одинаковых однородных ледяных кирпичиков длиной L каждый сложена симметричная стопка (см. рисунок). На какое максимальное расстояние x можно выдвинуть правый кирпичик, чтобы стопка не развалилась? Кирпичики очень гладкие.



Подсказка

В момент начала разваливания изобразите силы, действующие на верхний и на правый кирпичи, и запишите для каждого уравнение моментов. Получится квадратное уравнение для x .

Ответ

$$x = \frac{\sqrt{2} - 1}{2} L \approx 0,21 L.$$

8 Остывание грузил в проруби

Папа решил взять с собой Васю на зимнюю рыбалку. В инвентаре папы оказалось два лишних свинцовых грузила одинаковой массой. Первое представляло собой кубик, а второе цилиндр, высота которого равна длине ребра кубика. К середине одной из граней кубика и к центру одного из оснований цилиндра были прикреплены маленькие крючки. В какой-то момент Васе стало скучно, и он начал экспериментировать с этими грузилами. Вася привязал к крючкам нитки, повесил грузила за эти нитки, и заклеил верхние и нижние поверхности грузил изоляционной лентой, которая плохо проводит теплоту. После этого Вася нагрел на походной газовой горелке воду в миске, опустил в нее свинцовый кубик, дождался его полного прогрева до $80\text{ }^{\circ}\text{C}$, и после этого погрузил кубик в прорубь. Оказалось, что кубик охладился до температуры $36,6\text{ }^{\circ}\text{C}$ за 30 секунд. Затем Вася нагрел тем же способом до той же температуры цилиндрическое грузило, и тоже погрузил его в прорубь. За какое время оно охладится до температуры $36,6\text{ }^{\circ}\text{C}$?

Справка: объем цилиндра равен произведению площади его основания на высоту.

Подсказка

Скорость теплообмена пропорциональна площади боковой поверхности (основания заклеены). Одинаковая масса и одинаковая высота дают связь радиуса цилиндра с ребром кубика.

Ответ

$$t_{\text{ц}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} t_{\text{к}} \approx 33,85 \text{ с.}$$