

# МОШ, 2015/16, заключительный этап, 9 класс

## Условия и ответы

### 1 Туристы и два велосипеда

Группа из трех туристов должна перебраться из пункта  $A$  в пункт  $B$  по дороге длиной  $S = 45$  км. Стартуют все туристы одновременно. На всю группу туристов есть только два велосипеда, причем если на велосипеде едут двое, то их скорость равна  $3V$ , а если на велосипеде едет один человек, то его скорость равна  $4V$ . Если же турист идет пешком, то его скорость движения равна  $V = 5$  км/час. За какое минимальное время все туристы могут оказаться в пункте назначения? Временем посадки туристов на велосипед, а также временами разгона и торможения можно пренебречь.

#### Ответ

$$T = \frac{13}{40} \cdot \frac{S}{V} = 2,925 \text{ часа} = 2 \text{ часа } 55 \text{ минут } 30 \text{ секунд.}$$

### 2 Удав, слон и попугай

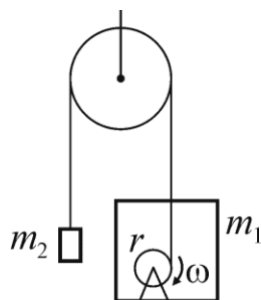
С момента написания писателем Григорием Остером новелл про четверых друзей — Мартышку, Слоноенка, Удава и Попугая — прошло уже почти 40 лет. За это время Слоноенок вырос и превратился в СЛОНА, Удав стал еще длиннее, Попугай состарился и сгорбился, а Мартышка служит теперь чучелом в зоологическом музее. На очередном собрании друзья вспомнили, как они измеряли длину удава, и решили тряхнуть стариной. Удав, лежа на горизонтальном полу, вычислил расстояние от пола до своего центра масс, и оказалось, что оно равно 10 см. Центр масс Слона оказался на высоте 2 м над полом. Центр масс Удава и Слона вместе взятых находился на высоте 1,7 м. Когда на голову слона на высоте 3,5 м над полом сел Попугай, центр масс всех троих оказался выше еще на 0,5 мм. Какова масса Удава в Попугаях, если высота Попугая намного меньше толщины Удава?

#### Ответ

$M_y \approx 568 M_{\text{п}}$  (из-за неточности вычислений допустимы значения от 560 до 570).

### 3 Груз и ящик с катушкой

Невесомая нерастяжимая нить перекинута через идеальный блок. К одному концу нити прикреплен груз массой  $m_2$ , а другой конец нити наматывается на невесомую катушку радиусом  $r$ , расположенную внутри ящика массой  $m_1$ . Катушка вращается электродвигателем с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Участки нити, не прилегающие к блоку и катушке, в процессе движения вертикальны, система крепления катушки к ящику и электродвигатель очень легкие. Найдите модуль ускорения  $a$  груза  $m_2$ .

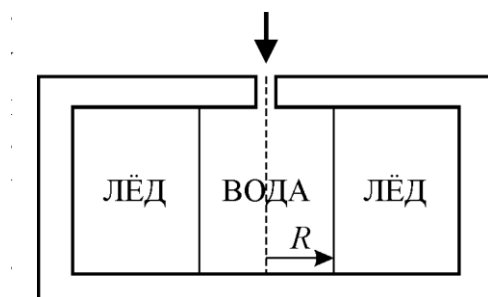


**Ответ**

$$a_2 = \left| \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \right| g.$$

#### 4 Таяние льда вокруг полости

В широком цилиндрическом калориметре (см. рис.), частично заполненном льдом при температуре  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ , во льду имеется цилиндрическая полость радиусом  $R = 10\text{ см}$ , которая сначала ничем не заполнена. В эту полость через небольшое отверстие сверху быстро залили воду, имевшую температуру  $t = 10^\circ\text{C}$ . Лёд начал таять, и, поскольку плотность льда меньше плотности воды, уровень воды начал опускаться. Но через отверстие сверху сразу стали доливать воду, так, чтобы полость в калориметре всё время была полностью заполнена водой. Температура доливаемой воды также равна  $t$ . Воду внутри калориметра постоянно перемешивают, так, чтобы лёд во всех точках таял с одинаковой скоростью. В некоторый момент температура воды в калориметре опустилась до  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ , и лёд таять перестал. Найдите радиус полости, заполненной водой, в этот момент. Плотность воды  $\rho_{\text{в}} = 1000\text{ кг/м}^3$ , плотность льда  $\rho_{\text{л}} = 900\text{ кг/м}^3$ , удельная теплоёмкость воды  $c = 4200\text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$ , удельная теплота плавления льда  $\lambda = 330\text{ кДж/кг}$ .



**Ответ**

$$R_1 = \frac{R}{\sqrt{1 - \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{л}}} \cdot \frac{ct}{ct + \lambda}}} \approx 10,7\text{ см}.$$

## 5 Очередь роботов на зарядке

На планете системы звезды Шедар один из пунктов зарядки роботов-исполнителей обслуживает по одному роботу со скоростью 60 роботов в час (р/ч). В один из дней роботы приходили на пункт в течение 8 часов. Первый час они приходили со скоростью 70 р/ч. В течение второго часа скорость поступления роботов равномерно увеличивалась, составив к его концу 80 р/ч. Потом в течение третьего часа скорость поступления роботов равномерно уменьшалась и упала к его концу обратно до 70 р/ч. На четвертом часу скорость прихода роботов равномерно падала, составив к концу часа 20 р/ч, и потом оставалась такой в течение пятого и шестого часов. На седьмом часу опять был равномерный подъём скорости поступления роботов — до 100 р/ч в конце часа, а на восьмом часу — наблюдалось равномерное убывание скорости поступления до 60 р/ч. Роботы строго соблюдают очередность, а после зарядки сразу покидают пункт.

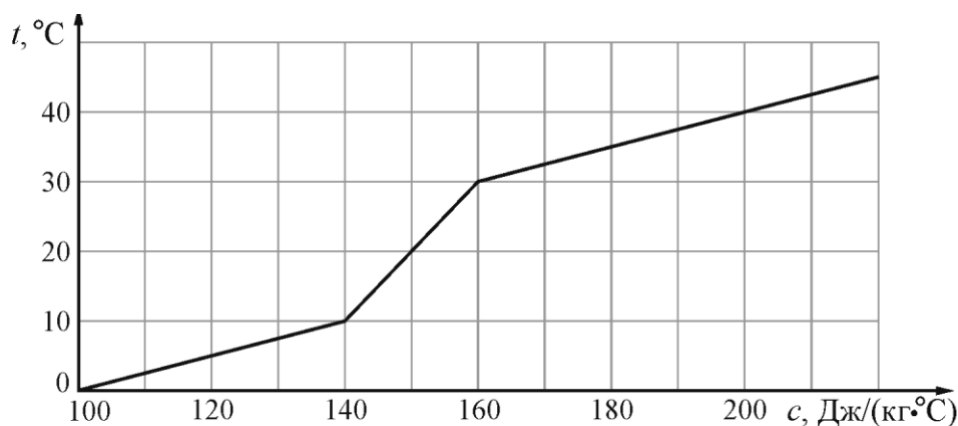
1. Сколько времени работал пункт в этот день, если были заряжены все роботы?
2. Какова наибольшая продолжительность пребывания робота на пункте зарядки (в очереди и на самой зарядке) в этот день?

**Ответ**

1) 8,5 часа; 2) 41 минута.

## 6 Вещество с переменной теплоёмкостью

В некой лаборатории было получено новое вещество неполитропен с удельной теплоемкостью  $c$ , изменяющейся в зависимости от его температуры  $t$  так, как показано на графике. Какая температура установится в калориметре, если в нем смешать равные массы неполитропена, взятые при температурах  $0^\circ\text{C}$  и  $+40^\circ\text{C}$ ? Удельная теплоемкость калориметра мала, потерями теплоты можно пренебречь.



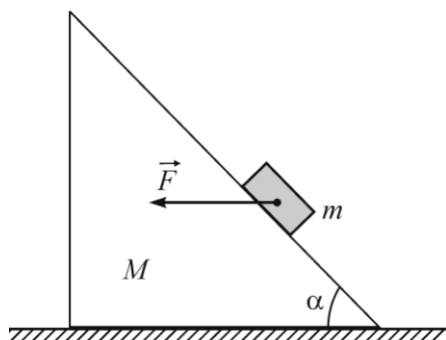
*К задаче 2.*

**Ответ**

$$t_x = 10(2\sqrt{58} - 13) \approx 22,3^\circ\text{C}.$$

### 7 Клин и брусок под растущей силой

Клин массой  $M = 5$  кг с углом при основании  $\alpha = 45^\circ$  расположен на гладком горизонтальном столе. На наклонной поверхности клина лежит брусок массой  $m = 1$  кг. На брусок начинает действовать сила, направленная горизонтально в сторону клина. Модуль этой силы возрастает с течением времени  $t$  по закону  $F = \delta t$ , где коэффициент пропорциональности  $\delta = 1$  Н/с. Коэффициент трения между клином и бруском равен  $\mu = 1,2$ . Найдите модуль силы трения, действующей со стороны клина на брусок через время  $T = 12$  с после начала действия силы  $F$ , если клин к этому моменту еще не начал опрокидываться. Ускорение свободного падения можно считать равным  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



К задаче 3.

#### Ответ

$F_{\text{тр}} = 0$  Н: в этот момент сила трения между телами отсутствует.

### 8 Игра с двумя реостатами

Алиса и Василиса играют в игру «Постоянный ток». Они соединили последовательно два реостата и идеальный амперметр, и подключили полученную цепь к источнику напряжения. Амперметр показал ток  $I_0 = 100$  мА. Школьницы «ходят» по очереди. Одна двигает ползунок своего реостата, и показания амперметра меняются. Другая должна тоже подвинуть ползунок своего реостата, как можно быстрее вернув ток к прежнему значению. После этого «ход» переходит к ней. Реостаты у девушек разные, но на каждом из них ползунок перемещается прямолинейно и в начале игры находится в среднем положении. У Алисы расстояние между крайними возможными положениями ползунка равно  $L_A = 36$  см, а у Василисы  $L_B = 40$  см.

1. Первой «ходит» Алиса. Она сдвинула свой ползунок на 4 см вправо, и амперметр стал показывать ток  $I_1 = 90$  мА. Василиса сдвинула свой ползунок на 5 см влево, и ток вернулся к прежнему значению. Теперь «ходит» Василиса. Она двигает ползунок на 6 см влево. На сколько и в каком направлении должна сдвинуть ползунок Алиса, отвечая на «ход» Василисы?
2. Может ли в течение игры возникнуть ситуация, когда Алиса не сможет ответить на «ход» Василисы?
3. Может ли в течение игры возникнуть ситуация, когда Василиса не сможет ответить на «ход» Алисы?

4. Чему равно напряжение источника, если его внутреннее сопротивление  $r = 4 \text{ Ом}$ ?

Ответ

1) Алиса должна сдвинуть ползунок вправо на 8,4 см;    2) не может;    3) может;    4)  $U = 7,2 \text{ В}$ .