

МОШ, 2016/17, отборочный этап, 10 класс

Условия, ответы и решения

1 Брызги из-под колёс гоночных машин

Два гоночных автомобиля с открытыми (без крыльев) колёсами едут друг за другом по мокрому прямолинейному горизонтальному шоссе со скоростью $v = 150$ км/ч. При каком минимальном расстоянии r между ними брызги из-под колёс переднего автомобиля не будут попадать на лобовое стекло заднего? Размерами автомобилей по сравнению с расстоянием между ними пренебречь. Ускорение свободного падения принять равным $g = 9,8$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

Подсказка

Перейдите в систему отсчёта автомобилей: в ней капли вылетают из-под колёс с одной и той же скоростью под разными углами. Какова наибольшая дальность полёта тела, брошенного с заданной скоростью?

Ответ

$$r = \frac{v^2}{g} \approx 177 \text{ м.}$$

Решение

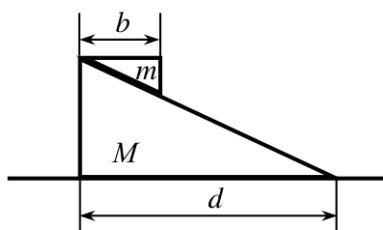
В системе отсчёта, связанной с автомобилями, искомое расстояние равно наибольшей дальности полёта капель, вылетающих из-под задних колёс со скоростями v под всевозможными углами α . Поскольку время полёта (подъёма и спуска) капли $\tau = \frac{2v \sin \alpha}{g}$, дальность полёта

$$l = v\tau \cos \alpha = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

Она максимальна, очевидно, при $\sin 2\alpha = 1$, так что $r = \frac{v^2}{g} \approx 177$ м.

2 Скольжение призм

Какое расстояние S пройдёт нижняя призма, когда верхняя коснётся плоскости? Размеры и массы тел указаны на рисунке. В начальный момент система покоилась. Трения нет.



Подсказка

Какие силы дают горизонтальные ускорения призм? Как связаны их величины и как поэтому связаны пройденные призмами расстояния?

Ответ

$$S = \frac{m}{M+m}(d-b).$$

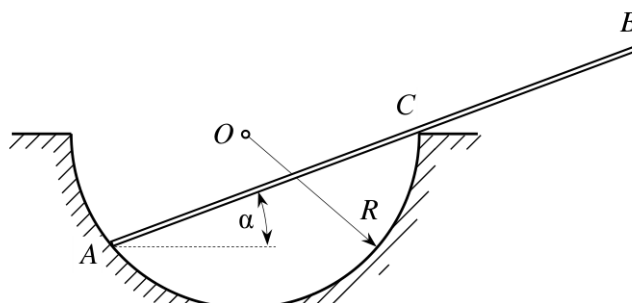
Решение

Оба тела будут ускоряться только за счёт (равных по величине) горизонтальных составляющих сил их взаимодействия — нормальных реакций (ибо проекции всех других сил на горизонталь равны нулю). Значит, отношение (горизонтальных) ускорений призм будет обратно отношению их масс: $\frac{a_m}{a_M} = \frac{M}{m}$. Таким же будет и отношение пройденных ими расстояний. Сумма же этих расстояний равна, очевидно, $d-b$. Значит,

$$\begin{cases} \frac{S}{s} = \frac{m}{M}, \\ S+s = d-b \end{cases} \Rightarrow S = \frac{m}{M+m}(d-b).$$

3 Стержень в полусферической лунке

В горизонтальной плоской плите сделано углубление в виде полусферы радиусом R . В углубление опущен однородный тонкий стержень AB неизвестной длины l ($2R < l < 4R$). Найдите длину стержня, если он образует с горизонтом угол α . Трения нигде нет.



Подсказка

На стержень действуют три силы, и все они лежат в одной вертикальной плоскости. Что можно сказать о линиях действия трёх непараллельных сил, уравнивающих тело?

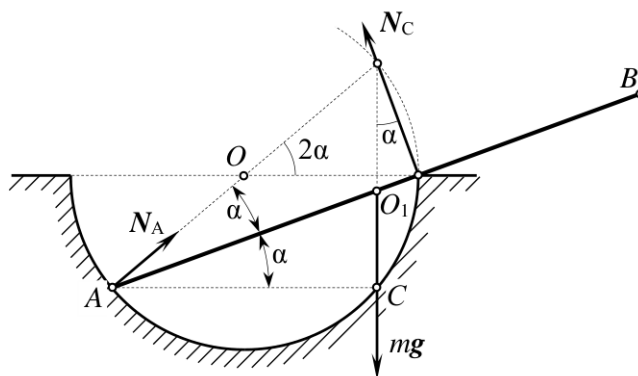
Ответ

$$l = 4R \frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha}.$$

Решение

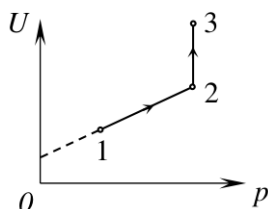
Стержень находится в покое под действием плоской системы трёх непараллельных сил, следовательно, линии действия этих сил пересекаются в одной точке. Из рисунка находим

$$AC = \frac{l}{2} \cos \alpha = 2R \cos 2\alpha \Rightarrow l = 4R \frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha}.$$



4 Плотность газа по графику $U(p)$

Внутренняя энергия и давление идеального газа изменялись в соответствии с приведенным графиком. Определите, увеличивалась или уменьшалась плотность газа на участках 1-2 и 2-3.



Подсказка

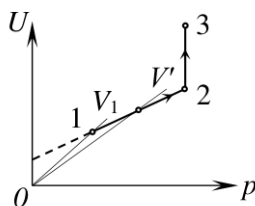
Внутренняя энергия газа пропорциональна произведению pV . Проведите из начала координат лучи в точки графика и сравните их наклоны.

Ответ

На участке 1-2 плотность газа увеличивалась; на участке 2-3 плотность газа уменьшалась.

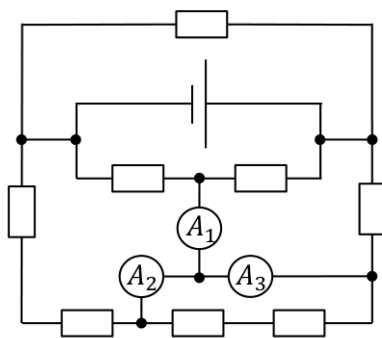
Решение

Движение вдоль 1-2 можно рассматривать как переход с изохоры на изохору, соответствующую всё меньшему и меньшему значению объёма ($V_1 > V', V' > V_2$). Значит, на участке 1-2 плотность газа увеличивается. На участке 2-3, очевидно, плотность газа уменьшается, поскольку это изобара, вдоль которой температура растёт, а объём, следовательно, увеличивается.



5 Резисторы с тремя амперметрами

В цепи, представленной на рисунке, сопротивления резисторов одинаковы и равны 1 кОм , сопротивления амперметров пренебрежимо малы. Напряжение идеального источника 70 В . Найдите показания амперметров.



Подсказка

Замените амперметры проводами: какие точки схемы окажутся при этом под одним потенциалом? Найдите токи через резисторы, а затем по закону сохранения заряда токи через амперметры.

Ответ

A_1 показывает 10 мА , A_2 — 20 мА , A_3 — 30 мА .

Решение

Вначале найдём токи через резисторы. При расчёте этих токов амперметры можно заменить проводами с нулевым сопротивлением. Значит, потенциалы точек C , D , E одинаковы. Расставим токи в схеме с учётом закона Ома и закона сохранения заряда (см. рис.). Амперметры A_1 , A_2 , A_3 будут показывать токи 10 мА , 20 мА , 30 мА соответственно.

