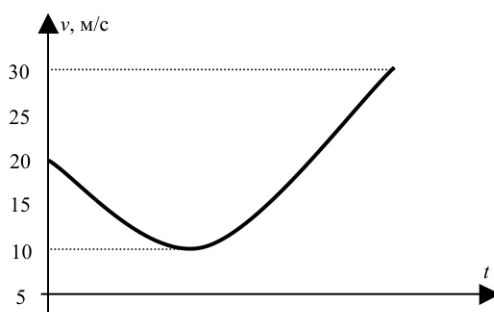


МОШ, 2016/17, отборочный этап, 11 класс

Условия, ответы и решения

1 Угол броска по графику скорости

На графике представлена зависимость модуля скорости шарика, брошенного под углом к горизонту с балкона, от момента броска до падения на землю. Определите, под каким углом был брошен шарик, и на какой высоте над землей находится балкон. Сопротивлением воздуха можно пренебречь. $g = 10 \text{ м/с}^2$.



Подсказка

Где скорость тела, брошенного под углом, минимальна и чему она там равна? Для высоты запишите закон сохранения энергии между броском и падением.

Ответ

$\alpha = 60^\circ$; $h = 25 \text{ м}$.

Решение

При полёте тела, брошенного вверх под углом к горизонту, скорость достигает своего минимального значения $v_0 \cos \alpha$ в верхней точке траектории. Из графика находим, что начальная скорость $v_0 = 20 \text{ м/с}$ вдвое больше минимальной и, следовательно, $\alpha = 60^\circ$.

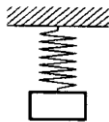
Конечная скорость шарика $u = 30 \text{ м/с}$. Применяя закон сохранения энергии, связывающий моменты падения и броска:

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgh = \frac{mu^2}{2},$$

получаем $h = \frac{u^2 - v_0^2}{2g} = 25 \text{ м}$.

2 Работа на пружине

Груз, подвешенный на лёгкой пружине жёсткостью $k = 200$ Н/м, растягивает её на $x = 2$ см. Какую работу необходимо совершить вертикальной силе, приложенной к грузу, чтобы деформация пружины стала вдвое больше начальной?



Подсказка

Сила может не только растягивать, но и сжимать пружину. Рассмотрите оба случая и учтите изменение энергии пружины и энергии в поле тяжести; нужна минимальная работа.

Ответ

$A = 0,04$ Дж.

Решение

Так как изначально груз в равновесии, $mg = kx$. Внешняя сила может как сжимать пружину, так и растягивать. Рассмотрим оба варианта. Закон сохранения энергии при увеличении растяжения имеет вид

$$\frac{kx^2}{2} + A_1 + mgx = \frac{k(2x)^2}{2},$$

и $A_1 = \frac{1}{2}kx^2 = 0,04$ Дж.

Если пружина сжимается от недеформированного состояния на $2x$, и груз поднимается на $3x$, то закон сохранения энергии имеет вид

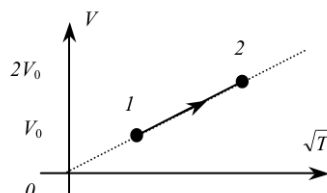
$$\frac{kx^2}{2} + A_2 = \frac{k(2x)^2}{2} + 3mgx,$$

и $A_2 = 9kx^2/2 = 0,36$ Дж. Во втором случае совершается большая работа. Также большей работы потребуют варианты, в которых в конечном состоянии груз разгоняется. Следовательно, необходимой (минимальной) работой является $0,04$ Дж.

То, что работа при сжатии больше, чем при растяжении, можно объяснить и без уравнений: в конечном состоянии потенциальная энергия пружины одинакова, но потенциальная энергия в поле гравитации при подъёме явно больше.

3 Гелий в процессе по V–T

Один моль гелия нагревают в процессе, показанном на диаграмме (V — объём, T — абсолютная температура), увеличивая его объём в два раза. Найдите работу, совершённую газом, и подведённое к нему количество теплоты, если начальная температура гелия $T_0 = 300$ К.



Подсказка

По диаграмме V пропорционален $\sqrt{T}$. Выразите давление через объём из уравнения состояния и найдите работу как площадь под графиком $P(V)$.

Ответ

$A \approx 3,74$ кДж; $Q \approx 15$ кДж.

Решение

По уравнению состояния идеального газа $PV = \nu RT$. По условию $V = \alpha\sqrt{T}$. Исключая температуру, получим, что давление линейно зависит от объёма: $P = \frac{\nu R}{\alpha^2}V$. Работа, совершённая газом, равна

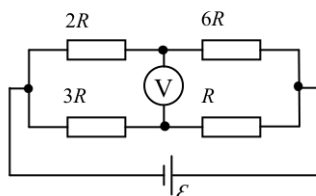
$$A = V_0 \frac{P_0 + 2P_0}{2} = \frac{3}{2}P_0V_0 = \frac{3}{2}\nu RT_0 = 3,74 \text{ кДж.}$$

Здесь учтено, что $P_0V_0 = \nu RT_0$. Количество теплоты по первому закону термодинамики равно

$$Q = A + \Delta U = A + \frac{3}{2}(2P_0 \cdot 2V_0 - P_0V_0) = 6P_0V_0 = 6\nu RT_0 = 15 \text{ кДж.}$$

4 Идеальный вольтметр в схеме

Найдите показания идеального вольтметра в схеме на рисунке, если ЭДС идеального источника $\mathcal{E} = 70$ В. Какими станут показания вольтметра, если его поменять местами с источником?



Подсказка

Через идеальный вольтметр ток не течёт, поэтому в каждой из двух параллельных ветвей резисторы соединены последовательно. Найдите токи в ветвях и разность потенциалов между точками подключения вольтметра.

Ответ

$$U_{V1} = 35 \text{ В}; \quad U_{V2} = 32 \text{ В}.$$

Решение

Ток, текущий через идеальный вольтметр, пренебрежимо мал, поэтому можно считать, что ток I в верхней ветви в два раза меньше, чем в нижней, и равен $I = \frac{1}{8R}\mathcal{E}$. Разность потенциалов между точками подсоединения вольтметра $4IR$, следовательно, показание вольтметра $U_{V1} = \mathcal{E}/2 = 35 \text{ В}$.

Если поменять местами источник и вольтметр, то сопротивления параллельных ветвей будут относиться как 5 к 7, и если по правой ветви идёт ток $5I$, то по левой пойдёт $7I$, причём $\mathcal{E} = 35IR$, а разность потенциалов точек подсоединения вольтметра $16IR$, откуда $U_{V2} = \frac{16}{35}\mathcal{E} = 32 \text{ В}$.