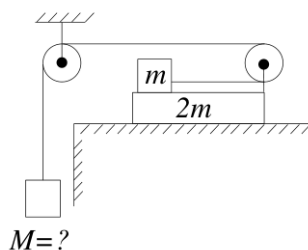


МОШ, 2016/17, отборочный этап, 11 класс

Условия, ответы и решения

1 Доска и брусок под нагрузкой

На доске массой $2m$ лежит брусок массой m . Коэффициент трения между доской и столом μ , а между доской и грузом 4μ . При какой минимальной массе M груза, прикреплённого к вертикальному участку нити, начнётся проскальзывание между доской и бруском?



Подсказка

Что начнёт скользить первой: доска по столу или брусок по доске? В пограничном случае сила трения на бруске максимальна, а ускорения бруска, доски и груза одинаковы.

Ответ

$$M = \frac{15\mu}{4 - \mu} m.$$

Решение

Максимально возможная сила трения, действующая на доску со стороны стола, равна $3\mu mg$. Максимально возможная сила трения, действующая на брусок со стороны доски, равна $4\mu mg$. Значит, при увеличении массы M сначала начнёт проскальзывать доска, а на брусок ещё какое-то время будет действовать сила трения покоя. В случае минимальной массы M груза возникает пограничная ситуация: на брусок действует максимально возможная сила трения, но ускорения доски и бруска ещё одинаковы. Сила трения, действующая на брусок, в этом случае направлена в ту же сторону, куда и ускорение системы «брусок – доска». Запишем второй закон Ньютона для бруска, доски и груза соответственно:

$$4\mu mg - T = ma, \quad 2T - 4\mu mg - 3\mu mg = 2ma, \quad Mg - T = Ma,$$

где T – сила реакции со стороны нити. Отсюда получаем:

$$M = \frac{15\mu}{4 - \mu} m.$$

2 Расстояние по импульсу и энергии

На прямолинейно движущееся тело в течение времени $\tau = 5$ с действовала постоянная сила, направленная вдоль вектора скорости. Найдите расстояние, пройденное телом за время действия силы, если за это время модуль импульса тела возрос на $\Delta p = 4$ кг·м/с, а его кинетическая энергия увеличилась на $\Delta w = 10$ Дж.

Подсказка

Выразите изменение импульса и изменение энергии через начальную и конечную скорости и разделите одно на другое. Что получится в отношении?

Ответ

$$s = \frac{\Delta w}{\Delta p} \tau = 12,5 \text{ м.}$$

Решение

Из условия

$$\begin{cases} m(v_2 - v_1) = \Delta p, \\ \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) = \Delta w. \end{cases}$$

Деля второе равенство на первое, получим значение средней скорости за время действия силы:

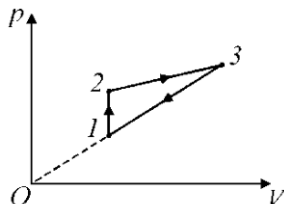
$$v_{\text{ср}} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{\Delta w}{\Delta p} = 2,5 \text{ м/с.}$$

Окончательно получаем

$$s = v_{\text{ср}} \tau = \frac{\Delta w}{\Delta p} \tau = 12,5 \text{ м.}$$

3 КПД цикла с изохорой

В тепловом двигателе, рабочим телом которого является один моль идеального одноатомного газа, совершается циклический процесс, изображённый на рисунке, где 1–2 – изохорный процесс. Работа газа за один цикл составляет $A = 60$ Дж, температуры газа в состояниях 1 и 3 равны $T_1 = 320$ К и $T_3 = 350$ К соответственно. Найдите коэффициент полезного действия цикла.



Подсказка

Где газ отдаёт теплоту? Прямая 3–1 продолжается в начало координат, значит, $p \propto V$ – это политропный процесс; найдите его молярную теплоёмкость.

Ответ

$$\eta \approx 10,7\%.$$

Решение

Газ отдаёт холодильнику теплоту в процессе 3–1. Этот процесс является политропным ($pV^{-1} = \text{const}$, где показатель политропы равен $n = -1$) с молярной теплоёмкостью $c = \frac{c_V + c_P}{2} = 2R$, значит,

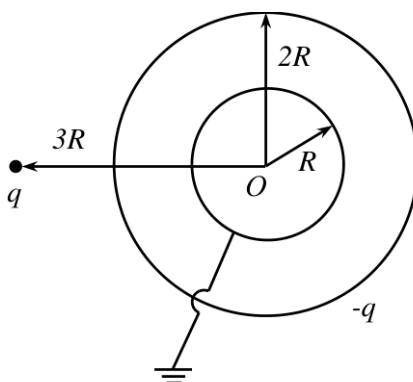
$$|Q_{31}| = \nu c (T_3 - T_1).$$

КПД цикла равен:

$$\eta = \frac{A}{A + |Q_{31}|} = \frac{A}{A + \nu \frac{c_V + c_P}{2} (T_3 - T_1)} = 10,7\%.$$

4 Заземление внутренней сферы

Система состоит из двух концентрических проводящих сфер – внутренней радиусом R , внешней радиусом $2R$ – и точечного заряда q ($q > 0$), который находится на расстоянии $3R$ от точки O . Внешняя сфера имеет заряд $-q$. Чему равен заряд, индуцируемый на поверхности внутренней сферы, если её заземлить (см. рис.)?



Подсказка

Есть ли поле внутри внутренней сферы? Чему тогда равен потенциал в центре O после заземления? Запишите его по принципу суперпозиции.

Ответ

$$Q = \frac{1}{6} q.$$

Решение

Внутри сферы радиусом R нет зарядов, значит, в этой области поле отсутствует. Тогда потенциал внутренней сферы равен потенциалу точки O . После заземления потенциал сферы (значит, и точки O) становится равным нулю. Из принципа суперпозиции находим

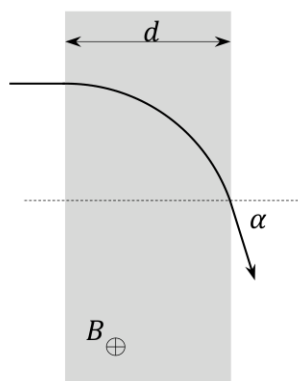
$$\varphi_O = k \frac{Q}{R} - k \frac{q}{2R} + k \frac{q}{3R} = 0 \Rightarrow Q = \frac{1}{6} q.$$

На внутренней поверхности сферы радиусом R нет зарядов. Толща большой сферы экранирует поля, созданные точечным зарядом q и зарядами с внешней поверхности сферы радиусом

$2R$. Поэтому на внешней поверхности малой сферы и внутренней поверхности большой сферы индуцируются заряды Q и $-Q$ соответственно, распределившись равномерно по этим поверхностям. На внешней поверхности большой сферы неравномерно распределится заряд $Q - q$.

5 Частица в слое магнитного поля

Частица массой m и зарядом q влетает со скоростью v в область однородного магнитного поля шириной d . В результате после прохождения магнитного поля направление скорости изменяется на угол α . Траектория частицы лежит в одной плоскости (см. рис.). Определите индукцию магнитного поля B .



Подсказка

Частица движется по дуге окружности. Как радиус этой окружности связан с шириной слоя d и углом поворота α ?

Ответ

$$B = \frac{mv \sin \alpha}{qd}.$$

Решение

Так как начальная скорость частицы $\vec{v} \perp \vec{B}$, то движение её будет происходить в перпендикулярной полю плоскости. Действительно, сила Лоренца всегда перпендикулярна полю, а потому продольная её составляющая равна нулю. Не может появиться, следовательно, и продольная составляющая скорости. Далее, так как в магнитном поле всегда $v = \text{const}$ и $\vec{v} \perp \vec{B}$, то $F_L = qvB = \text{const}$.

Таким образом, частица будет двигаться с постоянной по модулю скоростью под действием постоянной по модулю силы, перпендикулярной скорости. Это – движение по дуге окружности. Записывая второй закон Ньютона для этого движения, получим

$$m \frac{v^2}{R} = qvB \quad \Rightarrow \quad B = \frac{mv}{qR} = \frac{mv \sin \alpha}{qd}.$$