

МОШ, 2016/17, отборочный этап, 7 класс

Условия, ответы и решения

1 Муравей со стоянкой

Первую треть пути муравей прополз со скоростью 20 см/с, потом одну секунду простоял неподвижно, затем двигался со скоростью 30 см/с. Средняя скорость движения за все время пути оказалась равна 20 см/с. Найти время путешествия муравья.

Подсказка

Если средняя скорость за весь путь равна скорости на первой трети, какова средняя скорость на оставшихся двух третях пути (с учётом остановки)?

Ответ

$T = 4,5$ с (длина пути $s = 90$ см).

Решение

Если средняя скорость равна скорости на первой трети пути, значит, средняя скорость на оставшихся двух третях пути также равна 20 см/с. Теперь ясно, что со скоростью 30 см/с муравей двигался 2 секунды, и ещё секунду стоял неподвижно. Время всего путешествия:

$$T = t_{1/3} + t_{2/3} = \frac{t_{2/3}}{2} + t_{2/3} = 1,5 + 3 = 4,5 \text{ с},$$

где $t_{1/3}$ — время, за которое муравей прополз первую треть пути, $t_{2/3}$ — время, за которое муравей прополз оставшиеся две трети пути (с учётом остановки).

Длина пройденного пути равна $s = v_{\text{ср}}T = 20 \cdot 4,5 = 90$ см.

2 Емеля и снегопад

Чтобы попасть на место в заданное время, Емеля пошёл из деревни в город со скоростью $v_1 = 5$ км/ч. Начался сильный снегопад, и он снизил скорость до $v_2 = 3$ км/ч. Когда снегопад кончился, Емеля вновь пошёл со скоростью v_1 . В результате, в город он прибыл на 30 минут позже запланированного. Сколько времени шел снегопад?

Подсказка

Сравните время прохождения участка снегопада со скоростью v_2 и время, за которое Емеля прошёл бы его со скоростью v_1 : их разность известна.

Ответ

1,25 ч (путь за время снегопада $s = 3,75$ км).

Решение

Пусть s — путь, который прошёл Емеля, двигаясь со скоростью v_2 . Тогда

$$\frac{s}{v_2} - \frac{s}{v_1} = 30 \text{ мин} = \frac{1}{2} \text{ ч} \Rightarrow s = 3,75 \text{ км.}$$

Значит, снегопад шёл в течение времени $\frac{s}{v_2} = 1,25 \text{ ч.}$

Если Емеля шёл в течение $\tau = 2$ часов, то расстояние от деревни до города $L = s + v_1 \left(\tau - \frac{s}{v_2} \right) = 7,5 \text{ км.}$

3 Старинные меры и ледяной кубик

На Руси использовались в качестве единиц измерения объёма бочка, ведро и штоф. 1 бочка = 40 вёдер, 1 ведро = 10 штофов, 1 штоф = 1,2 литра. Сколько вершков составляет длина ребра ледяного кубика объёмом 0,1 бочки, если 1 вершок = 5 см? Плотность льда $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$.

Подсказка

Переведите объём бочки сначала в литры, затем в кубические метры; ребро кубика — кубический корень из его объёма.

Ответ

7,2 вершка (масса кубика $m \approx 43 \text{ кг}$).

Решение

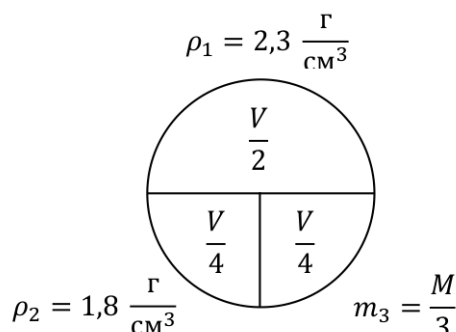
1 бочка = 40 вёдер = $40 \cdot 10$ штофов = $400 \cdot 1,2$ литров = $480 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$. Значит, объём ледяного кубика равен

$$V = 0,1 \cdot 0,48 \text{ м}^3 = 0,048 \text{ м}^3 \Rightarrow a = \sqrt[3]{V} \cong 36 \text{ см} = 7,2 \text{ вершка.}$$

Масса ледяного кубика равна $m = \rho V = 0,048 \cdot 900 \approx 43 \text{ кг}$.

4 Составной шарик

Три детали, изготовленные из разных материалов, склеили так, что получился составной шарик. Объёмы, плотности и масса для некоторых деталей указаны на рисунке, где M и V — масса и объём составного шарика соответственно. Какова средняя плотность шарика?



Подсказка

Выразите через M массу двух первых деталей: она составляет $2/3$ от M , так как масса третьей равна $M/3$.

Ответ

$\rho_{\text{ср}} = 2,4 \text{ г/см}^3$ (третья деталь — плотность $3,2 \text{ г/см}^3$, апатит).

Решение

Суммарная масса первой и второй деталей равна

$$M_{12} = m_1 + m_2 = \left(\rho_1 + \frac{\rho_2}{2} \right) \frac{V}{2} = \frac{2}{3} M \Rightarrow \rho_{\text{ср}} = \frac{M}{V} = \frac{3}{4} \left(\rho_1 + \frac{\rho_2}{2} \right) = 2,4 \text{ г/см}^3.$$

Плотность материала, из которого сделана третья деталь, равна $\rho_3 = \frac{4}{3} \rho_{\text{ср}} = 3,2 \text{ г/см}^3$. Из перечисленных материалов (оргстекло, фарфор, апатит, железо) подходит апатит.