

МОШ, 2016/17, отборочный этап, 8 класс

Условия, ответы и решения

1 Пробег и заплыв за земляникой, 8 кл.

Петя и Вася поспорили, кто быстрее преодолеет расстояние $l = 3,0$ км от дома до поляны с земляникой. Первую часть пути они бежали по лесу, а вторую плыли по озеру. Петя бежал со скоростью $v_1 = 10$ км/ч, а Вася с $v_2 = 11$ км/ч, но плыл Петя с $v_3 = 2,0$ км/ч, а Вася с $v_4 = 1,0$ км/ч. Какое время Петя плыл по озеру, если до поляны мальчики добрались одновременно?

Подсказка

Обозначьте за s длину водного участка, одинаковую для обоих мальчиков, и приравняйте полные времена в пути.

Ответ

$t = 1,6$ мин.

Решение

Пусть Петя проплыл расстояние s . Тогда времена движения мальчиков равны, и

$$\frac{l-s}{v_1} + \frac{s}{v_3} = \frac{l-s}{v_2} + \frac{s}{v_4},$$

откуда

$$s = l \frac{\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2}}{\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_3} + \frac{1}{v_4}}, \quad t = \frac{s}{v_3} = \frac{l}{v_3} \frac{\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2}}{\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_3} + \frac{1}{v_4}} = 1,6 \text{ мин.}$$

2 Шприц с лекарством

Масса шприца с $V_1 = 2$ мл лекарства равна $m_1 = 13,5$ г, а с $V_2 = 5$ мл лекарства $m_2 = 18,0$ г. Площадь поршня шприца $S_1 = 1$ см². Диаметр внутреннего отверстия иглы в $\alpha = 20$ раз меньше диаметра поршня. Определите массу m пустого шприца, плотность ρ лекарства и среднюю скорость u , с которой лекарство выходило из иглы, если весь объем V_2 был выпущен за время $t = 10$ с.

Подсказка

Разность масс двух заполненных шприцев — это масса разности объёмов лекарства. Для скорости в игле используйте несжимаемость жидкости и помните, что площадь отверстия зависит от квадрата диаметра.

Ответ

$\rho = 1,5$ г/см³; $m = 10,5$ г; $u = 2$ м/с.

Решение

Плотность лекарства

$$\rho = \frac{m_2 - m_1}{V_2 - V_1} = 1,5 \text{ г/см}^3.$$

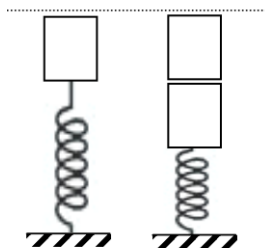
Масса пустого шприца $m = m_1 - V_1\rho = 10,5 \text{ г}$.

Скорость лекарства на выходе из иглы

$$u = \frac{\alpha^2 V_2}{S_1 t} = 2 \text{ м/с}.$$

3 Кубики на пружине

Деревянный кубик покоится на сжатой пружине. Если на него сверху положить еще такой же кубик, то высота всей конструкции не изменится. Определите жесткость пружины, если площадь всей поверхности каждого кубика $S = 600 \text{ см}^2$. Плотность дерева $\rho = 0,80 \text{ г/см}^3$.



Подсказка

Запишите условие равновесия для одного кубика и для двух. Высота конструкции не меняется, значит, пружина сжалась ровно на ребро кубика больше.

Ответ

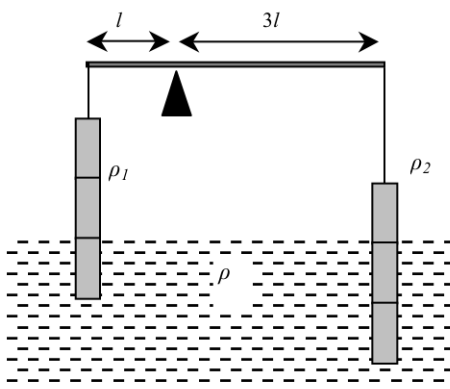
$$k = \frac{S\rho g}{6} = 80 \text{ Н/м}.$$

Решение

Условие равновесия для одного кубика: $mg = kx_0$. Для двух кубиков $2mg = k(x_0 + a)$, при этом $m = a^3\rho$, откуда $a^2\rho g = k$, или $k = \frac{S\rho g}{6} = 80 \text{ Н/м}$.

4 Цилиндры на рычаге в жидкости

На легком рычаге уравновешены два цилиндра, имеющие одинаковые размеры. При этом точка опоры делит рычаг в отношении 1 к 3, а цилиндры погружены в жидкость (левый — на треть, а правый — на две трети объема). Плотность левого цилиндра $\rho_1 = 4,0 \text{ г/см}^3$, а правого $\rho_2 = 2,2 \text{ г/см}^3$. Определите плотность жидкости ρ .



Подсказка

Запишите правило моментов относительно опоры, учитывая для каждого цилиндра силу тяжести и силу Архимеда по погружённой части объёма.

Ответ

$$\rho = \frac{3}{5}(3\rho_2 - \rho_1) = 1,56 \text{ г/см}^3.$$

Решение

Правило моментов относительно точки опоры рычага:

$$\rho g \frac{1}{3} V l + \rho_2 g V 3l = \rho_1 g V l + \rho g \frac{2}{3} V 3l,$$

где V — объем тела. Отсюда после упрощения получаем $\rho = \frac{3}{5}(3\rho_2 - \rho_1) = 1,56 \text{ г/см}^3$.