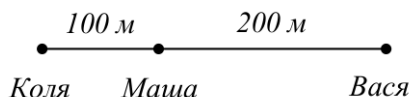


МОШ, 2016/17, отборочный этап, 8 класс

Условия, ответы и решения

1 Коля, Маша и Вася на дороге

Коля, Маша и Вася расположились на одной прямой дороге, как показано на рисунке. Коля и Вася побежали одновременно навстречу друг другу со скоростями 5 м/с и 7 м/с соответственно. Куда и с какой скоростью должна бежать Маша, чтобы все ребята встретились за наикратчайшее время? Все бегут только в выбранном направлении, и при встрече двух участников они останавливаются.



Подсказка

Подумайте, что произойдёт с временем сближения Коли и Васи, если Маша встретится с одним из них раньше другого.

Ответ

Маша должна бежать вправо (в сторону Васи) со скоростью 1 м/с.

Решение

Минимальное время движения ребят соответствует случаю, когда все трое встретятся одновременно. Действительно, если предположить, что кто-то из мальчиков встретится с Машей раньше, то скорость сближения Коли и Васи уменьшится, а значит, время движения увеличится.

Коля и Вася встретятся через

$$\tau = \frac{s}{v_1 + v_2} = \frac{300}{12} = 25 \text{ с},$$

где s — расстояние между Васей и Колей, $v_1 + v_2$ — скорость сближения Васи и Коли. Значит, мальчики встретятся на расстоянии 25 м от Маши справа. Следовательно, Маша должна идти вправо со скоростью 1 м/с.

2 Пробка в воде и в масле

Пробка плавает сначала в воде, а потом в масле. В каком случае объём погруженной части пробки больше, и во сколько раз? Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1,0 \text{ г/см}^3$, плотность масла $\rho_{\text{м}} = 0,9 \text{ г/см}^3$.

Подсказка

Плавающее тело находится в равновесии: с какой силой сравнивается сила Архимеда в обоих случаях?

Ответ

Объём погруженной части больше в масле, в $10/9 \approx 1,1$ раза.

Решение

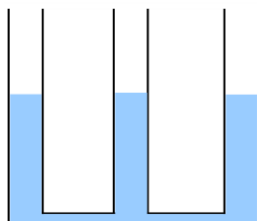
Сила Архимеда равна весу плавающего тела, а потому в обоих случаях одинакова. Значит,

$$\frac{F_{\text{Арх в}}}{F_{\text{Арх м}}} = \frac{\rho_{\text{в}} g V_{\text{в}}}{\rho_{\text{м}} g V_{\text{м}}} = 1 \Rightarrow \frac{V_{\text{м}}}{V_{\text{в}}} = \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{м}}} = \frac{10}{9}.$$

Таким образом, объём погруженной части пробки больше в случае, когда она плавает в масле.

3 Три сосуда с керосином и маслом

Три одинаковых цилиндрических сосуда, частично заполненных водой, соединены снизу трубками, как показано на рисунке. В правый сосуд налили керосин, а в левый — масло. При этом высоты столбов керосина и масла оказались равными $h_{\text{к}} = 18$ см и $h_{\text{м}} = 30$ см соответственно. На сколько изменился уровень воды в среднем сосуде? Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1,0$ г/см³, плотность керосина $\rho_{\text{к}} = 0,8$ г/см³, плотность масла $\rho_{\text{м}} = 0,9$ г/см³.



Подсказка

Давление на дно после добавления жидкостей не зависит от того, как их распределить по сосудам. Разлейте керосин и масло поровну по трём сосудам.

Ответ

$$\Delta h = \frac{\rho_{\text{к}} h_{\text{к}} + \rho_{\text{м}} h_{\text{м}}}{3\rho_{\text{в}}} = 13,8 \text{ см.}$$

Решение

Изменение давления на дно не зависит от того, каким образом мы будем разливать керосин и масло по сосудам. Распределим жидкости одинаково по трём сосудам. Тогда, очевидно, изменение давления на дно равно

$$\Delta p = \rho_{\text{к}} g \frac{h_{\text{к}}}{3} + \rho_{\text{м}} g \frac{h_{\text{м}}}{3}.$$

С другой стороны, $\Delta p = \rho_{\text{в}} g \Delta h$, где Δh — искомое изменение уровня воды в среднем сосуде. Окончательно получаем

$$\Delta h = \frac{\rho_{\text{к}} h_{\text{к}} + \rho_{\text{м}} h_{\text{м}}}{3\rho_{\text{в}}} = 13,8 \text{ см.}$$

4 «Мокрый» снег

Вася принёс домой с улицы 3 кг «мокрого» снега. «Мокрым» называют снег, содержащий воду. Температура снега 0°C . Чтобы превратить снег в воду, в него пришлось влить 2 л кипящей воды при 100°C . При этом температура общей массы получившейся воды осталась равной 0°C . Определить процентное содержание по массе влаги (воды), которое было в снеге. $c_{\text{в}} = 4,2 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$, $\lambda = 330 \text{ кДж}/\text{кг}$. Потерями тепла пренебречь.

Подсказка

Кипяток отдаёт тепло только на плавление той части снега, которая является льдом, то есть доли $1 - x$ от его массы.

Ответ

Около 15 %.

Решение

Пусть x — массовая доля воды в мокром снеге. Запишем уравнение теплового баланса:

$$(1 - x) m \lambda = c_{\text{в}} M t,$$

где m — масса «мокрого» снега, $t = 100^\circ\text{C}$, M — масса кипятка. Отсюда получаем:

$$x = 1 - \frac{c_{\text{в}} M t}{m \lambda} = 1 - \frac{4,2 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 100}{3 \cdot 3,3 \cdot 10^5} \approx 15 \, \%.$$