

МОШ, 2016/17, заключительный этап, 10 класс

Условия и ответы

1 Анемометры на двух баржах

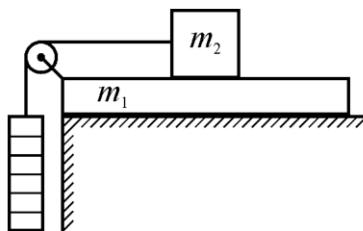
Две самоходные баржи равномерно движутся по озеру во взаимно перпендикулярных направлениях. Скорость одной баржи $V_1 = 3$ м/с, а другой $V_2 = 4$ м/с. На каждой барже установлен анемометр — прибор для измерения модуля скорости ветра. В течение некоторого времени на каждом из кораблей каждую минуту снимают показания анемометров. По результатам измерений обнаружилось, что значения скорости ветра, полученные на первой барже, не превышали скорости баржи V_1 , а на второй — не превышали V_2 . Какого максимального значения могла достигать скорость ветра относительно озера во время измерений? Какой угол α составляла скорость первой баржи $\vec{V}_1$ с направлением ветра в момент, когда скорость ветра относительно озера была максимальной?

Ответ

$$w_{\max} = \frac{2V_1V_2}{\sqrt{V_1^2 + V_2^2}} = 4,8 \text{ м/с}; \quad \alpha = \arccos \frac{V_2}{\sqrt{V_1^2 + V_2^2}} = \arccos \frac{4}{5} \approx 37^\circ.$$

2 Доска и брусок с гирьками

На горизонтальном столе лежит доска массой $m_1 = 1$ кг, на которой находится брусок массой $m_2 = 2$ кг. К бруску привязана лёгкая нерастяжимая нить, второй конец которой перекинут через идеальный блок, закреплённый на краю доски. Коэффициент трения между доской и бруском $\mu = 0,2$. Вертикальный участок нити начинают аккуратно нагружать одинаковыми гирьками массами $\Delta m = 75$ г каждая. При каком минимальном количестве n гирек система придёт в движение? Найдите модули и направления ускорений, с которыми в этом случае начнут двигаться доска и брусок. Трением между доской и поверхностью стола можно пренебречь, модуль ускорения свободного падения можно принять равным $g = 10$ м/с².



Ответ

Система придёт в движение при минимальном количестве гирек $n = 6$; доска начнёт дви-

гаться с ускорением $a_{1x} = \frac{1 - \frac{\mu m_2}{m_1} - \frac{6\Delta m}{m_1}}{1 + \frac{m_1}{m_2} + \frac{6\Delta m}{m_2}} g \approx 0,3 \text{ м/с}^2$, направленным вправо; брусок начнёт

двигаться с ускорением $|a_{2x}| = \frac{\frac{6\Delta m}{m_2} - 1}{1 + \frac{m_2}{m_1} + \frac{m_2}{6\Delta m}} g \approx 0,17 \text{ м/с}^2$, направленным влево.

3 Сила на частицу и работа

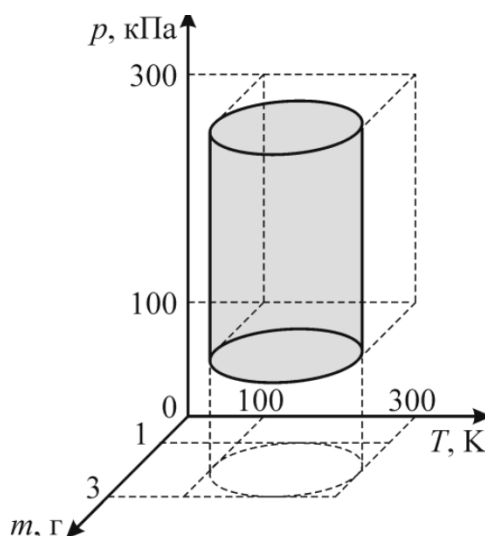
Частица массой m , свободно летящая со скоростью V , попадает в область пространства, в которой в течение времени $\tau = 1$ с на неё действует постоянная по модулю и направлению сила $\vec{F}$. К моменту прекращения действия этой силы частица движется со скоростью $2V$ в направлении, перпендикулярном первоначальному. Какое время потребовалось бы такой же по модулю и направлению силе, чтобы совершить над частицей вдвое большую работу (при той же начальной скорости частицы)? Влиянием других сил пренебречь.

Ответ

$$t = \frac{1 + \sqrt{31}}{5} \tau \approx 1,3 \text{ с.}$$

4 Кислород в p – T – m -ограничениях

Кислород находится в специальном устройстве, которое обеспечивает ограничение на возможные значения объёма, давления p , температуры T и массы m газа. Все возможные значения p , T и m , будучи нанесёнными на трёхмерную p – T – m -диаграмму (см. рис.), лежат внутри цилиндрической поверхности, ограниченной диапазонами изменения давления от 100 кПа до 300 кПа, массы от 1 г до 3 г и температуры от 100 К до 300 К. Найдите минимальное и максимальное значение, которое может принимать объём газа, и укажите значения p , T и m , которые соответствуют этим состояниям. Молярная масса кислорода $\mu = 32$ г/моль.



Ответ

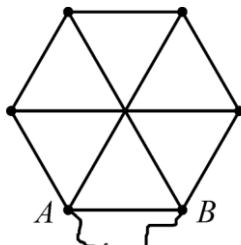
$$V_{\min} = \frac{\left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 m_0 T_0 R}{\mu p_{\max}} \approx 0,145 \text{ л}, \quad V_{\max} = \frac{\left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 m_0 T_0 R}{\mu p_{\min}} \approx 1,903 \text{ л, где } m_0 = 1 \text{ г и } T_0 = 100 \text{ К.}$$

Минимальное значение объёма достигается при $p = 300$ кПа, $m = \left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) m_0 \approx 1,29$ г и $T = \left(2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) T_0 \approx 129$ К.

Максимальное значение объёма достигается при $p = 100$ кПа, $m = \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) m_0 \approx 2,71$ г и $T = \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) T_0 \approx 271$ К.

5 Проволочная сетка между A и B

Определите сопротивление R_{AB} между точками A и B проволочной сетки, показанной на рисунке. Сопротивление каждого из проводников (вне зависимости от его длины), из которых спаяна сетка, равно R . Места спайки проводников обозначены точками. В центре сетки электрический контакт отсутствует.

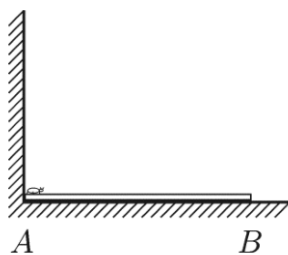


Ответ

$$R_{AB} = \frac{5}{9} R.$$

6 Букашка на падающем стержне

Жёсткий стержень AB длиной L лежит на горизонтальном полу, придвинутый одним из своих концов вплотную к вертикальной стене, как показано на рисунке. В точке A сидит букашка. В тот момент, когда конец A стержня начали двигать вверх вдоль стены с постоянной по модулю скоростью V , букашка поползла по стержню с постоянной относительно стержня скоростью u в направлении конца B, который скользит по полу, не отрываясь от него. Найдите максимальное расстояние S от стенки до букашки в процессе её движения по стержню.



Ответ

$$S = \frac{u}{V} \cdot \frac{L}{2} \text{ при } u < \sqrt{2} V; \quad S = L \sqrt{1 - \left(\frac{V}{u}\right)^2} \text{ при } u \geq \sqrt{2} V.$$

7 Пластин падает на брусок

По закреплённой наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом, скользил брусок массой $2m$, двигаясь с постоянной скоростью V . Сверху без начальной скорости отпустили кусок пластилина массой m . Пролетев расстояние H , пластилин упал на брусок и прилип к нему. Какое количество теплоты выделилось за время соударения? Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

Ответ

$$\Delta Q = m \left(gH + \frac{V^2}{3} \right).$$

8 Брусок поворачивается в воде

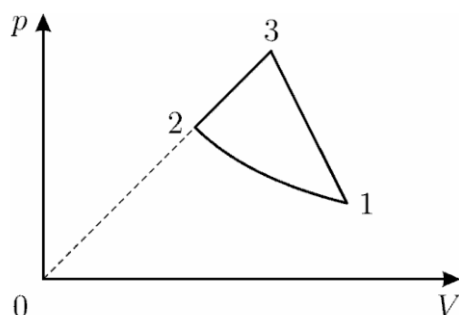
Деревянный брусок плотностью $\rho = 500 \text{ кг/м}^3$ в форме прямоугольного параллелепипеда имеет длину $L = 1 \text{ м}$ и квадратное поперечное сечение со стороной $a = 10 \text{ см}$. Брусок опустили в воду большого озера и удерживали его в таком неустойчивом положении равновесия, что одна из длинных граней бруска была сухой и горизонтальной, при этом половина объёма бруска была погружена в воду. Брусок отпустили, и он принял устойчивое положение, повернувшись вокруг своей оси симметрии на угол 45° . На сколько в результате этого уменьшилась потенциальная энергия системы «вода + брусок»? Плотность воды равна 2ρ .

Ответ

$$\Delta U = \frac{\rho g L a^3}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{3} \right) \approx 71,5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}.$$

9 Цикл с изотермой, максимум Т

Один моль идеального одноатомного газа совершает замкнутый цикл, состоящий из изотермы 1–2 и процессов 2–3 и 3–1, в которых давление является линейной функцией объёма, как показано на рисунке. Известно, что в состояниях 1 и 2 давление газа равно p_1 и p_2 соответственно. При каких давлениях в состоянии 3 в нём достигается максимальная температура газа за весь цикл?

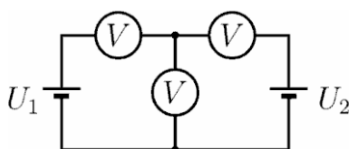


Ответ

Максимальная температура газа за весь цикл достигается в состоянии 3 при условии, что давление в этом состоянии $p_3 \geq \frac{p_1^2 + p_2^2}{2p_1}$.

10 Три вольтметра и две батареи

Электрическая цепь, схема которой изображена на рисунке, собрана из двух батарей с ЭДС $U_1 = 36 \text{ В}$ и $U_2 = 12 \text{ В}$, а также трёх вольтметров. Сопротивление у одного из этих приборов в два раза меньше, чем у каждого из двух других. При этом сопротивление у каждого из вольтметров всё равно значительно больше внутреннего сопротивления каждой батареи. Известно, что один из вольтметров показывает напряжение 24 В .



1. Какой именно вольтметр показывает 24 В ?
2. Что показывают остальные вольтметры?
3. Определите, где включен вольтметр с малым сопротивлением, а где — вольтметры с большим сопротивлением.

Ответ

1) 24 В показывает первый вольтметр; 2) два остальных вольтметра показывают 0 В и 12 В ; 3) малое сопротивление имеет третий вольтметр, а два других вольтметра имеют большие сопротивления.