

МОШ, 2016/17, заключительный этап, 11 класс

Условия, ответы и решения

1 Мячик между балконом и землёй

Петя бросил мячик с балкона с начальной скоростью V стоящему на земле Васе. Через время $t_1 = 2,21$ с Вася поймал мячик, заметив, что в конце полета скорость мячика была направлена перпендикулярно его начальной скорости в момент броска, совершенного Петей. Затем Вася сделал несколько шагов, остановился и бросил мячик обратно на балкон Пете, сообщив мячику такую же по модулю начальную скорость V . Петя поймал мячик через время $t_2 = 1,72$ с, заметив, что конечная скорость мячика также направлена перпендикулярно начальной скорости мячика в момент броска, совершенного Васей. Определите разницу высот H между кистями рук Пети и Васи, а также определите, чему равен модуль скорости V . Сопротивлением воздуха можно пренебречь, модуль ускорения свободного падения считайте равным $g = 10$ м/с².

Подсказка

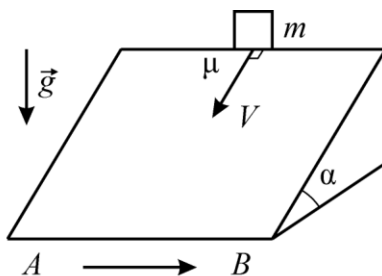
Если начальная и конечная скорости перпендикулярны, то из треугольника скоростей (начальная, конечная и $\vec{g}t$) связь V , времени полёта и g получается для каждого броска отдельно; затем свяжите H с V и t .

Ответ

$$H = \frac{g(t_1^2 - t_2^2)}{4} \approx 4,8 \text{ м}; \quad V = \frac{g}{2} \sqrt{t_1^2 + t_2^2} \approx 14 \text{ м/с}.$$

2 Груз на движущемся клине с трением

С наклонной поверхности клина с углом α при основании, движущегося по горизонтальному столу с постоянной скоростью вдоль направления AB , сталкивают небольшой груз массой m так, что в начальный момент его скорость V относительно клина направлена перпендикулярно AB вдоль наклонной поверхности (см. рисунок). Коэффициент трения между поверхностью клина и грузом равен μ ($\mu > \tan \alpha$). Чему будет равна работа силы трения, с которой клин действует на груз, к моменту, когда проскальзывание груза по поверхности клина прекратится? По какой траектории движется груз, пока проскальзывание еще не прекратилось? Ответ на оба вопроса нужно дать относительно системы отсчета, связанной со столом. Влиянием воздуха можно пренебречь.



Подсказка

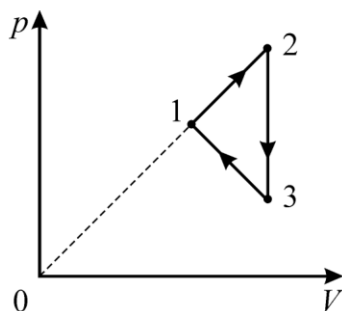
Относительно клина груз скользит по линии падения воды вдоль наклонной плоскости с постоянным ускорением, а клин движется равномерно. Что тогда за кривая получается при сложении таких движений?

Ответ

$A_{\text{тр}} = -\frac{\mu m V^2}{2(\mu - \operatorname{tg} \alpha)}$; относительно стола груз движется по параболе (пока не остановится относительно клина).

3 Цикл газа и его КПД

С одним молем идеального одноатомного газа происходит циклический процесс 1–2–3–1, график которого приведен на pV -диаграмме. Температуры газа в состояниях 1, 2 и 3 равны $T_1 = 4T_0$, $T_2 = 9T_0$ и $T_3 = 3T_0$ соответственно. 1) Чему равна работа, совершаемая газом за один цикл? 2) Определите КПД этого процесса.



Подсказка

Участок 3–1 лежит на прямой, а на таком участке газ может и получать, и отдавать теплоту. Найдите состояние, где знак теплоты меняется, и считайте полученную теплоту только на тех участках, где она положительна.

Ответ

1) $A = RT_0$; 2) $\eta \approx 9,5\%$.

4 Заряженные кубы и потенциал

Два кубика с длинами рёбер $3a$ и a и общим центром делят пространство на три области. Область внутри маленького кубика равномерно заряжена по объёму электрическим зарядом с плотностью $-\rho_1$ ($\rho_1 > 0$), пространство между поверхностями маленького и большого кубиков равномерно заряжено с объёмной плотностью заряда $+\rho_2$ ($\rho_2 > 0$), вне большого кубика электрических зарядов нет. Найдите отношение объёмных плотностей заряда ρ_1/ρ_2 , при котором потенциал в центре кубиков будет равен потенциалу бесконечно удаленной точки, то есть нулю.

Подсказка

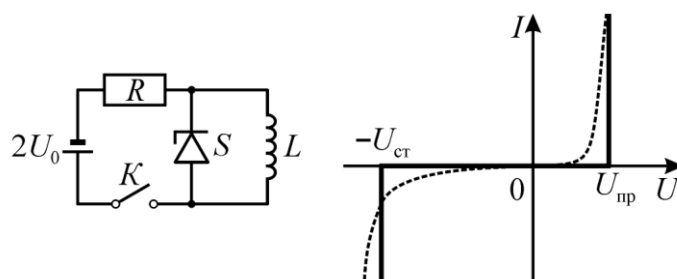
Потенциал в центре однородно заряженного куба пропорционален плотности и длине ребра. Представьте систему как наложение двух однородно заряженных кубов.

Ответ

$$\rho_1/\rho_2 = 8.$$

5 Стабилитрон и катушка

Из батарейки с ЭДС $2U_0$, резистора с сопротивлением R , которое намного больше внутреннего сопротивления батарейки, идеальной катушки индуктивностью L , стабилитрона S и ключа K собрали цепь, схема которой изображена на левом рисунке. Стабилитрон — это полупроводниковый элемент, подобный диоду, который при подключении в прямом направлении открывается (начинает проводить ток) при напряжении $U_{\text{пр}}$, а при подключении в обратном направлении — открывается при напряжении стабилизации $U_{\text{ст}}$. Идеализированная вольт-амперная характеристика (ВАХ) стабилитрона показана на рисунке справа сплошной жирной линией, а реальная ВАХ обозначена пунктирной линией. У используемого в данной цепи стабилитрона $U_{\text{пр}} = U_0$, а $U_{\text{ст}} = 10U_0$, его ВАХ можно считать идеализированной.



Ключ в цепи замыкают, ждут некоторое время и размыкают в тот момент, когда напряжение на резисторе составляет $3U_0/2$.

1. Найдите силу тока, текущего через резистор сразу после замыкания ключа.
2. Определите заряды, протекающие через стабилитрон при замкнутом и разомкнутом ключе.
3. Какое количество теплоты выделится в стабилитроне за всё время?

Подсказка

Пока стабилитрон открыт в прямом направлении, на нём и на катушке напряжение U_0 , а ток в катушке растёт линейно. Заряд через стабилитрон — площадь под графиком его тока.

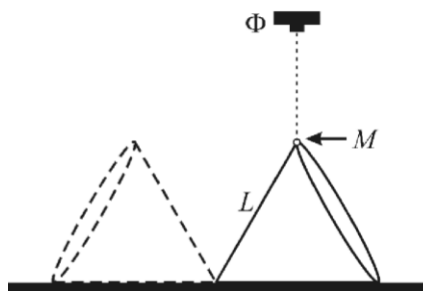
Ответ

$$1) I_0 = \frac{U_0}{R}; \quad 2) q_S^{(1)} = \frac{LU_0}{2R^2}, q_S^{(2)} = \frac{9LU_0}{80R^2}; \quad 3) Q = \frac{13LU_0^2}{8R^2}.$$

6 Катящийся конус и фотоаппарат

Прямой круговой конус с образующей длиной $L = 13$ см и диаметром основания $D = 10$ см катится по горизонтальной поверхности, не проскальзывая (см. рис.). Центр основания конуса движется с постоянной по модулю скоростью, а максимально возможная скорость точки, лежащей на поверхности этого конуса, может быть равна $V = 1$ м/с. На одну из точек, расположенных на границе основания и боковой поверхности конуса, нанесена очень маленькая метка M . Над конусом неподвижно закреплён фотоаппарат Φ , объектив которого расположен

горизонтально. В момент, когда метка находилась в своем наивысшем положении и строго под объективом фотоаппарата, был сделан фотоснимок. Через какое минимальное время после этого можно при помощи того же неподвижного фотоаппарата сделать точно такую же фотографию?



Подсказка

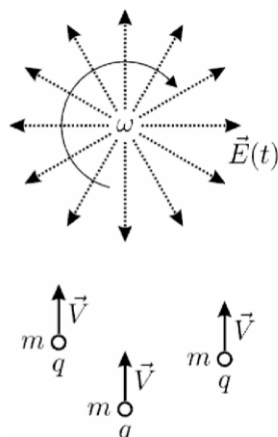
Конус обкатывается вокруг вертикальной оси через его вершину. Найдите период этого обращения и число оборотов конуса вокруг своей оси за этот период; снимок повторится, когда оба числа оборотов окажутся целыми.

Ответ

$$T = \frac{5\pi(4L^2 - D^2)}{VL} = \frac{144\pi}{65} \text{ с} \approx 7 \text{ с}.$$

7 Пылинки во вращающемся поле

Одинаковые пылинки, имеющие заряд $q = 1$ пКл, массу $m = 1$ мг и летящие с одинаковой начальной скоростью $\vec{V}$, модуль которой равен 2 м/с, попадают на некоторое время в область, в которой создано электрическое поле. Модуль вектора напряженности этого поля не меняется со временем и равен $E = 10$ кВ/м, а вектор напряженности вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 2$ рад/с в одной плоскости с векторами скоростей частиц (см. рисунок).



1. С какой максимальной по модулю скоростью u могут вылетать некоторые пылинки из области действия электрического поля?
2. Какого наибольшего значения может достигать угол β между вектором конечной скорости и начальным направлением движения (угол отклонения) некоторых пылинок, если время их пребывания в поле равно $\tau = 0,25$ с?

3. До какого значения τ_0 надо изменить длительность пребывания некоторых пылинок в данном поле для того, чтобы наибольший угол их отклонения достиг своего максимально возможного значения? Чему равен максимально возможный угол отклонения β_0 ?

Взаимодействие пылинок друг с другом и влияние на них других сил пренебрежимо мало.

Подсказка

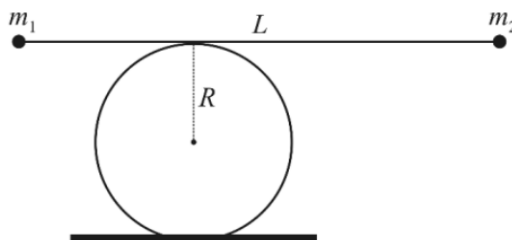
Изменение импульса пылинки есть сумма малых векторов $q\vec{E} \Delta t$; при вращающемся $\vec{E}$ они образуют дугу окружности. Конечный импульс — сумма начального и этого изменения.

Ответ

- 1) $u = V + \frac{2qE}{m\omega} = 3 \text{ м/с}$; 2) $\beta = \arcsin\left(\frac{2qE}{mV\omega} \cos \frac{\pi - \omega\tau}{2}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{2} \sin \frac{1}{4}\right) \approx 0,124 \text{ рад} \approx 7^\circ$;
3) $\tau_0 = \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2} \approx 1,57 \text{ с}$, при этом $\beta_0 = \arcsin \frac{2qE}{mV\omega} = \arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6} \text{ рад} = 30^\circ$.

8 Колебания шариков на стержне и цилиндре

Два маленьких шарика массами m_1 и m_2 закреплены на концах тонкого жесткого очень легко-го стержня длиной L . Этот стержень покоится на поверхности шероховатого горизонтального неподвижно закрепленного цилиндра радиусом R . В положении равновесия стержень горизонтален и перпендикулярен оси цилиндра (на рисунке показан вид со стороны торца цилиндра). Стержень поворачивают на малый угол таким образом, что он движется относительно цилиндра без проскальзывания, и отпускают. После этого начинаются колебания, в процессе которых стержень катается по поверхности цилиндра также без проскальзывания, а шарики движутся в плоскости рисунка. Чему равен период этих колебаний? Сопротивлением воздуха можно пренебречь.



Подсказка

Найдите положение центра масс шариков и то, как меняется его высота при отклонении на малый угол; для малых колебаний кинетическая энергия не зависит от угла, а потенциальная квадратична по нему.

Ответ

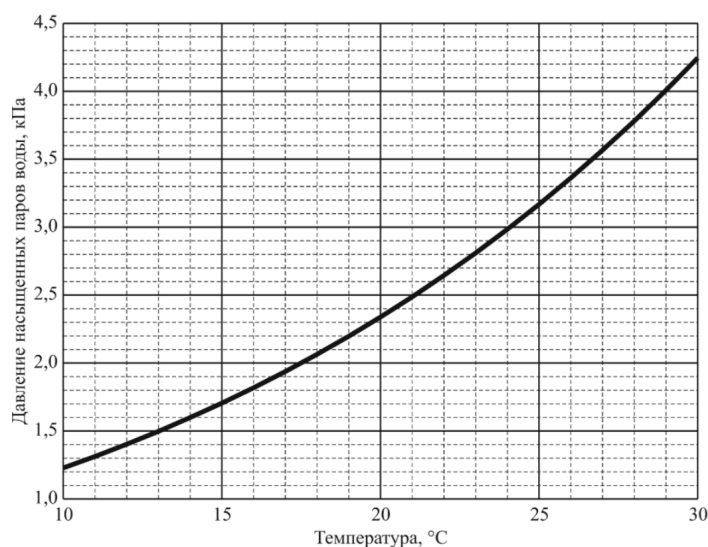
$$T = \frac{2\pi}{\Omega} = \frac{2\pi L}{m_1 + m_2} \sqrt{\frac{m_1 m_2}{gR}}.$$

9 Аргон и насыщенный пар в цилиндре

В теплоизолированном цилиндре под непроводящим теплоту поршнем находятся в термодинамически равновесном состоянии аргон и насыщенные пары воды при температуре $T_1 = 302$ К и давлении $p = 2$ атм. Сразу после быстрого увеличения объема смеси под поршнем в $n = 1,06$ раз температура в цилиндре уменьшается до некоторой величины T_2 , а водяные пары оказываются в термодинамически неравновесном состоянии пересыщения, при котором их давление p_2 становится выше давления насыщенного пара $p_{\text{нас}}(T_2)$ при новой температуре. Со временем часть пара конденсируется, и система вновь приходит в состояние устойчивого термодинамического равновесия.

1. Найдите температуру T_2 .
2. Определите давление p_2 .
3. Верно ли что, в новом состоянии устойчивого равновесия температура под поршнем будет отличаться от T_2 менее, чем на 1 К?

Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·К), теплоемкость одного моля водяного пара при постоянном объеме $C_V = 3R$, удельная теплота испарения воды $L = 2,33 \cdot 10^6$ Дж/кг, молярная масса воды $\mu = 18$ г/моль. График зависимости давления насыщенных паров воды от температуры представлен на рисунке.



Подсказка

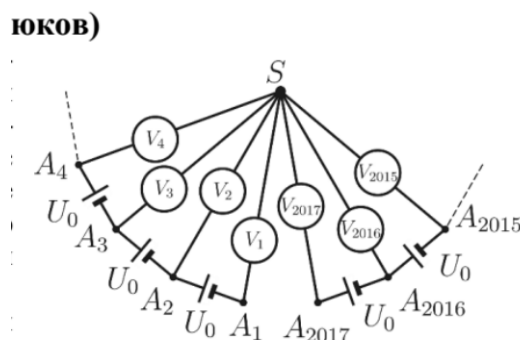
Пара в смеси очень мало по сравнению с аргонном, поэтому температуру после расширения даёт адиабата аргона. Давление пара найдите из уравнения Клапейрона–Менделеева для него при изменении объёма и температуры.

Ответ

1) $T_2 = 290$ К; 2) $p_2 = 3,6$ кПа; 3) нет, неверно: в новом состоянии устойчивого равновесия температура под поршнем будет отличаться от T_2 более, чем на 1 К.

10 Вольтметры в многоугольнике батарей

Точки $A_1, \dots, A_{2017}$ — вершины правильного 2017-угольника, точка S — его центр. Между соседними вершинами многоугольника (за исключением 1-й и 2017-й) включены одинаковые идеальные батарейки с напряжением U_0 так, как показано на рисунке. Также между каждой вершиной и точкой S включен вольтметр с соответствующим номером. Все вольтметры одинаковые, в точке S есть электрический контакт.



1. На сколько отличаются показания первого и десятого вольтметров?
2. Что показывает вольтметр с номером N ?
3. Определите номер вольтметра с нулевыми показаниями.

Подсказка

Вольтметры одинаковые, а в точку S сходятся все их токи: запишите первое правило Кирхгофа для S и найдите потенциал S относительно вершин.

Ответ

1) показания 1-го и 10-го вольтметров отличаются на $\Delta V = 9U_0$; 2) вольтметр с номером N показывает напряжение $V_N = |(N - 1009)U_0|$; 3) нулевые показания будут у 1009-го вольтметра.

Источник: Московская олимпиада школьников по физике, 2016/17, заключительный этап, 11 класс — условия (1), условия (2), решения (1), решения (2). Задачи перенабраны на botay.pro, решения — по официальным.