

МОШ, 2016/17, заключительный этап, 7 класс

Условия, ответы и решения

1 Прогулка по берегу и лодка

Петя прогулялся по речному берегу от деревни Петрово до деревни Васино и, нигде не задерживаясь, вернулся назад. Его скорость во время прогулки была почти постоянной и равной скорости течения реки. Одновременно с Петей тем же самым маршрутом на лодке отправился Вася. До Васино он добрался втрое быстрее Пети и тоже, не задерживаясь, вернулся на лодке в Петрово. Сколько времени плывал на лодке Вася, если прогулка Пети длилась 120 минут? Через какое время после старта мальчики встретились? Определите, в какие моменты времени после старта расстояние между мальчиками было максимальным. Скорость лодки относительно воды можно считать постоянной.

Подсказка

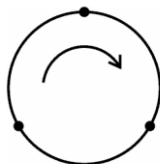
Направление течения не задано, поэтому случаев два. Постройте графики координат Пети и Васи от времени и найдите отношение скорости лодки к скорости течения.

Ответ

Течение направлено от Петрова к Васино: 1) 80 минут; 2) через 40 минут после старта; 3) через 20 минут и с 60-й по 80-ю минуту. Течение направлено от Васино к Петрову: 1) 32 минуты; 2) через 26,6 минуты; 3) через 60 минут после старта.

2 Три гонщика на мотовелотреке

Вова, Саша и Егор одновременно начали движение с постоянными скоростями в одном направлении (по часовой стрелке) из трех равноудаленных друг от друга точек кругового мотовелотрека.



Через некоторое время Саша, движущийся на мотоцикле с самой большой скоростью, поравнялся с Вовой и Егором, которые в тот же момент встретились в первый раз. Какая скорость V могла быть у Саши, если Егор и Вова ехали на велосипедах со скоростями $V_1 = 10$ км/ч и $V_2 = 20$ км/ч, соответственно? Известно, что скорость Саши не превышала 80 км/ч.

Подсказка

Рассмотрите оба варианта начального расположения гонщиков и скорости сближения. Не забудьте, что Саша мог сделать несколько лишних кругов.

Ответ

Скорость Саши могла быть равна 30; 45; 60; 75 км/ч.

3 Лакированная картонная коробочка

Из листа картона с поверхностной плотностью $\sigma = 400 \text{ г/м}^2$ склеили закрытую со всех сторон коробочку в форме прямоугольного параллелепипеда со сторонами $a = 20 \text{ см}$, $b = 40 \text{ см}$, $c = 60 \text{ см}$. Для большей прочности коробочку равномерно покрыли снаружи толстым слоем лака с плотностью $\rho = 1500 \text{ кг/м}^3$. В результате масса коробочки оказалась равной $m = 1670 \text{ г}$. Определите толщину h слоя лака. Шириной загибов картона при склеивании можно пренебречь.

Подсказка

Масса коробочки складывается из массы картона и массы лака. Оба слоя имеют площадь, равную площади поверхности параллелепипеда.

Ответ

$$h = \frac{m - 2\sigma(ab + bc + ac)}{2\rho(ab + bc + ac)} \approx 1 \text{ мм.}$$

4 Тонущие шарики в полном стакане

В стакан, до краев заполненный жидкостью, аккуратно помещают небольшой однородный шарик, который тонет и опускается на дно. В результате средняя плотность содержимого стакана становится равной $\rho_1 = 1200 \text{ кг/м}^3$. Затем в стакан добавляют еще один такой же шарик, и средняя плотность содержимого становится равной $\rho_2 = 1260 \text{ кг/м}^3$. Определите плотность ρ_0 жидкости в стакане.

Подсказка

Каждый шарик вытесняет из стакана жидкость своего объёма. Запишите среднюю плотность содержимого после первого и после второго шарика.

Ответ

$$\rho_0 = 2\rho_1 - \rho_2 = 1140 \text{ кг/м}^3.$$

5 Бег по траволаторам

В аэропорту Шереметьево в длинном переходе между двумя терминалами есть два параллельных друг другу траволатора – горизонтально расположенных эскалатора, имеющих одинаковые длины. Школьник Вася, отправляющийся на Международную физическую олимпиаду, заметил, что первый траволатор движется, а второй – выключен, и, ожидая свой рейс, решил немного развлечься. Он начал бегать по траволаторам туда-сюда, каждый раз возвращаясь в исходную точку. В первый раз Вася пробежал туда по движущемуся траволатору, а назад – по неподвижному. Во второй раз он пробежал туда по неподвижному траволатору, а назад – по движущемуся. Разность времен движения Васи в этих первом и втором забегах составила $\Delta t_1 = 25 \text{ с}$. В третий раз Вася пробежал в обе стороны по движущемуся траволатору, а в четвертый раз – в обе стороны по неподвижному. Разность времен движения Васи в третьем и в четвертом забегах оказалась равной $\Delta t_2 = 5 \text{ с}$. Вася развивает постоянную скорость относительно траволатора, скорость движения которого также постоянна и равна $u = 1 \text{ м/с}$. Найдите

скорость V Васи относительно траволатора и определите длину траволатора. Считайте, что на ускорение, торможение и на разворот Вася тратит пренебрежимо мало времени.

Подсказка

Выразите время каждого из четырёх забегов через длину l , скорости V и u , затем составьте обе разности.

Ответ

$$V = u \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = 5 \text{ м/с}; \quad l = \frac{V^2 - u^2}{2u} \Delta t_1 = 300 \text{ м.}$$

6 Семья спешит на остановку

Выйдя из дома, папа с дочкой Машей и сыном Ваней бегут к автобусной остановке, расстояние до которой $S = 430$ м. Скорость Вани равна $V = 2$ м/с, скорость Маши $2V$, а скорость папы $4V$. Если папа сажает любого из детей на шею, то его скорость уменьшается до $3V$. Двоих детей одновременно папа нести не может. Через какое минимальное время вся семья сможет оказаться на остановке? Можно считать, что посадка детей на папину шею, а также разгон и торможение происходят быстро.

Подсказка

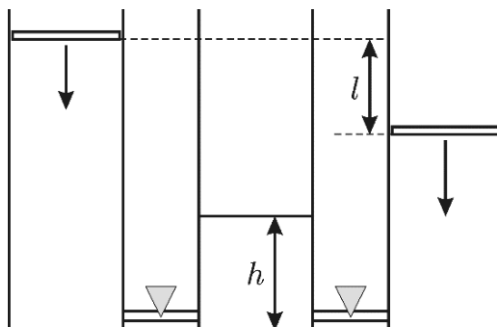
Минимальное время получится, если все трое придут на остановку одновременно. Подумайте, сколько времени папа несёт каждого ребёнка.

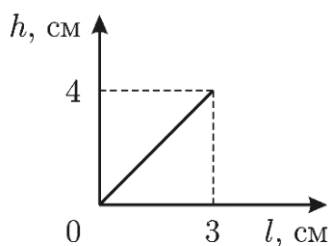
Ответ

$$t_{\min} = \frac{19S}{43V} = 95 \text{ с.}$$

7 Три сосуда и график уровня

Три одинаковых вертикальных цилиндрических сосуда сообщаются друг с другом вблизи дна при помощи узких трубок с кранами, которые первоначально перекрыты (см. рисунок слева). В левом и правом сосудах под горизонтальными тонкими поршнями находится вода, а средний сосуд пуст. Краны одновременно открывают, и в тот же момент начинают двигать вниз оба поршня с постоянными скоростями. При этом разница уровней поршней по вертикали увеличивается со скоростью V . Пользуясь графиком зависимости высоты h уровня воды в среднем сосуде от расстояния по вертикали l между поршнями (см. рисунок справа), найдите скорость каждого из поршней.





Подсказка

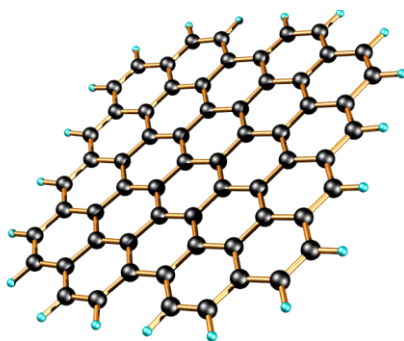
Объём воды сохраняется. Свяжите скорость роста уровня в среднем сосуде со скоростями поршней и воспользуйтесь отношением h/l из графика.

Ответ

$$V_1 = \frac{7}{6}V \text{ и } V_2 = \frac{1}{6}V.$$

8 Пластилиновая модель графена

Чебурашка и Гена долго строили и, наконец, построили наглядную модель графена – двумерного кристалла углерода, состоящего из ячеек в виде правильных шестиугольников, как показано на рисунке в масштабе $250.000.000 : 1$.



Количество ячеек в модели было большим, так что её площадь оказалась равной $12,5 \text{ м}^2$. Атомы углерода в модели – одинаковые пластилиновые шарики, а «связи» между «атомами» – кусочки проволоки, сделанной из медного сплава. При этом объём пластилина в каждом шарике в 9 раз больше объёма каждой проволоочки, соединяющей соседние шарики.

Оцените массу этой модели графена. Плотность пластилина $\rho_{\text{плас}} = 1330 \text{ кг/м}^3$, плотность медного сплава $\rho_{\text{пров}} = 9000 \text{ кг/м}^3$. Масса проволоочек, необходимых для изготовления одной-единственной ячейки графена, составляет 487 мг. Расстояние между центрами соседних атомов настоящего графена $0,142 \text{ нм}$ (нанометр – это одна миллионная часть миллиметра). Площадь S правильного шестиугольника с длиной стороны a определяется по формуле: $S = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$, где $\sqrt{3} \approx 1,7$.

Подсказка

Сколько шариков и сколько проволоочек приходится на одну ячейку? Найдите массу одной ячейки модели и число ячеек по площади.

Ответ

Масса модели графена равна $\approx 1,8$ кг.