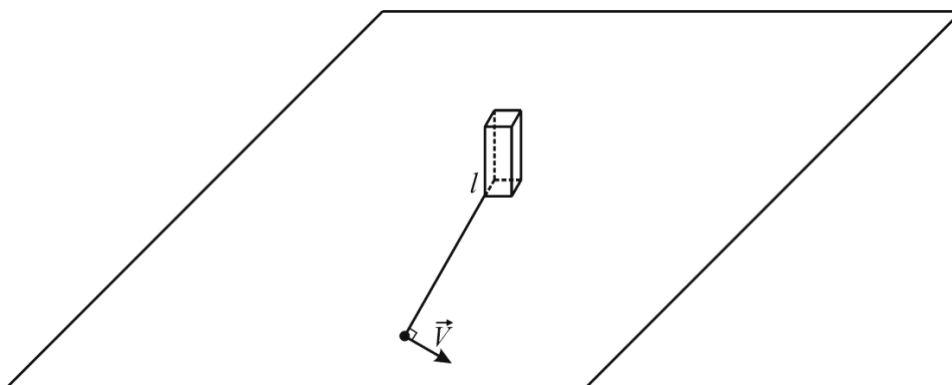


МОШ, 2016/17, заключительный этап, 8 класс

Условия, ответы и решения

1 Шарик на нити у столбика

На гладкой горизонтальной поверхности закреплен вертикальный столбик, представляющий собой призму с квадратным сечением, причем сторона квадрата равна $a = 10$ см (см. рис.). К столбику на лёгкой нерастяжимой нити длиной $l = 1,05$ м привязан маленький шарик. Нить горизонтальна, а шарик покоится на поверхности. Шарiku сообщают скорость $V = 50$ см/с, направленную вдоль поверхности перпендикулярно нити и одной из граней столбика. Спустя некоторое время после этого вся нить наматывается на столбик. Найдите, какой путь пройдет шарик до удара о столбик, и за какое время нить полностью наматывается на него? Длина окружности радиусом R равна $l = 2\pi R$, где $\pi = 3,14$.



Подсказка

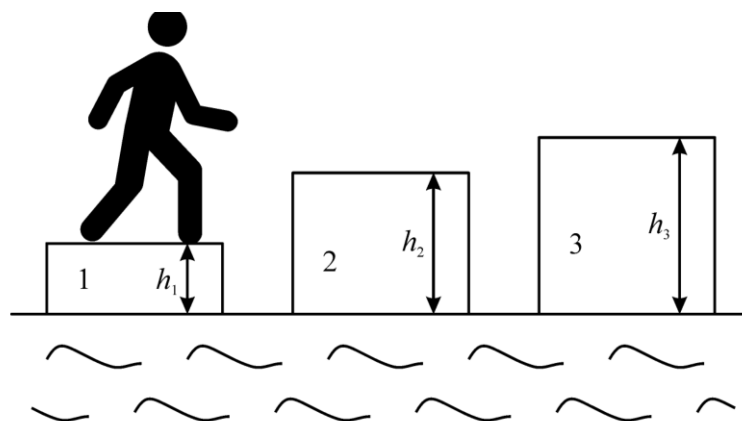
Нить всё время перпендикулярна скорости шарика, поэтому модуль скорости не меняется. Из каких дуг состоит траектория и как меняется радиус каждой следующей дуги при наматывании на грань?

Ответ

$$S = \frac{\pi}{2} \left(6l - \frac{5a}{2} \right) \approx 9,5 \text{ м}; \quad t = S/V \approx 19 \text{ с.}$$

2 Три айсберга и человек

В соленом океане плавают три небольших айсберга 1, 2 и 3, как показано на рисунке (масштабы соблюдены не везде). Каждый из них имеет форму прямоугольного параллелепипеда. На айсберге 1 стоит человек. Площади поверхностей верхних граней у этих айсбергов одинаковы, а высоты надводных частей равны $h_1 = 5$ см, $h_2 = 10$ см и $h_3 = 12$ см соответственно. Когда человек перешёл с айсберга 1 на айсберг 2, то при равновесии поверхности айсбергов 1 и 2 оказались на одинаковой высоте над уровнем воды. После этого человек перешёл с айсберга 2 на айсберг 3. Определите, какими после этого стали высоты надводных частей каждого из айсбергов, когда вновь наступило равновесие.



Подсказка

Масса айсберга (вместе с человеком) пропорциональна высоте его подводной части. Когда человек переходит, один айсберг всплывает ровно настолько, насколько другой погружается.

Ответ

Высоты надводных частей айсбергов 1, 2 и 3 стали равными 7,5 см, 10 см и 9,5 см соответственно.

3 КПД бабы Дуси и колодец

Баба Дуся поднимает на цепи из колодца глубиной $h = 10$ м ведро с водой. Масса пустого ведра без воды равна $m_1 = 0,5$ кг, масса цепи длиной h равна $m_2 = 2$ кг, а масса воды, поднимаемой в ведре, равна $M = 8$ кг. Скорость ведра в конце подъёма равна нулю. Снимая ведро с цепи, баба Дуся случайно проливает $k = 20\%$ находящейся в нём воды обратно в колодец. Найдите КПД бабы Дуси в процессе подъёма воды. Цепь однородна. Полезной считается величина, равная изменению потенциальной энергии доставленной наверх воды, которая в итоге осталась в ведре. Модуль ускорения свободного падения считайте равным $g = 10$ м/с².

Подсказка

Работа бабы Дуси равна полному изменению потенциальной энергии воды, ведра и цепи. Центр масс однородной цепи поднимается лишь на $h/2$.

Ответ

$\eta \approx 67,4\%$.

4 Таблица КПД двигателя Глюка

Экспериментатор Глюк опытным путем получил зависимость коэффициента полезного действия η нового двигателя от температур поступающего в него топлива t_T и окружающего воздуха t_B . Проанализировав результаты этого эксперимента, теоретик Баг обратил внимание на то, что КПД пропорционален разности удвоенной температуры топлива и утроенной температуры воздуха: $\eta = \alpha(2t_T - 3t_B)$, где α – положительный коэффициент.

Публикуя результаты о сенсационном изобретении Глюка, редактор научного журнала Фейк случайно поменял местами строки с численными данными в таблице измерений, и она стала выглядеть так:

$\eta, \%$	60	64	66	68	69	70	71	72	95	100
$t_T, ^\circ\text{C}$	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50
$t_B, ^\circ\text{C}$	12	13	12	11	9	7	5	3	23	25

1. Восстановите первоначальный вид таблицы.
2. В предположении, что гипотеза Бага верна, определите максимально возможный КПД двигателя Глюка, работающего при любых температурах воздуха и топлива, не выходящих за диапазон температур, приведенных в исходной таблице Глюка.

Подсказка

Строка «КПД» стоит не на месте. Проверьте, какая из строк может быть температурой топлива, а какая – температурой воздуха, так чтобы отношение $\eta/(2t_T - 3t_B)$ было одинаковым во всех столбцах.

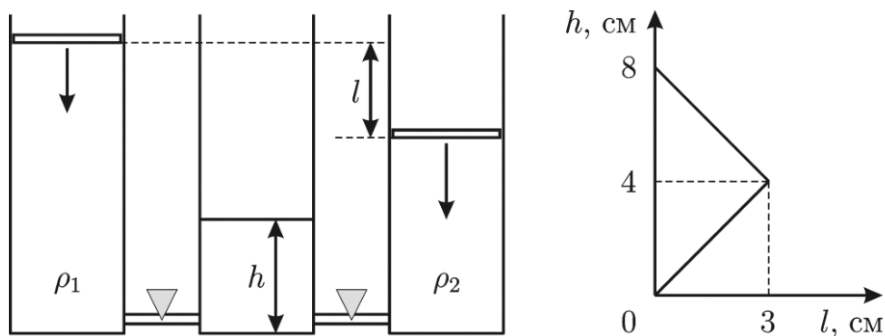
Ответ

1) Первоначальный вид таблицы: $\eta, \%$: 12, 13, 12, 11, 9, 7, 5, 3, 23, 25; $t_T, ^\circ\text{C}$: 60, 64, 66, 68, 69, 70, 71, 72, 95, 100; $t_B, ^\circ\text{C}$: 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50; при этом $2t_T - 3t_B = 24, 26, 24, 22, 18, 14, 10, 32, 46, 50$ и $\alpha = 0,50 ^\circ\text{C}^{-1}$ во всех столбцах; 2) $\eta_{\text{макс}} = 52\%$.

5 Три сосуда и две жидкости

Три одинаковых вертикальных цилиндрических сосуда сообщаются при помощи узких трубок с кранами, которые первоначально перекрыты (см. рисунок слева). В левом сосуде под поршнем находится жидкость плотностью ρ_1 , в правом сосуде под поршнем – жидкость с плотностью ρ_2 , а средний сосуд пуст. Краны одновременно открывают, и в тот же момент начинают двигать вниз оба поршня с постоянными скоростями. Сначала разница уровней поршней по вертикали увеличивается со скоростью V . Затем, в некоторый момент, скорости поршней изменяются – они продолжают двигаться с постоянными скоростями, но теперь разница уровней поршней по вертикали уменьшается с такой же скоростью V . Пользуясь графиком зависимости высоты h уровня смеси в среднем сосуде от расстояния по вертикали l между поршнями (см. рисунок справа), найдите среднюю плотность смеси в тот момент, когда $h = 6$ см.

Можно считать, что объём смеси равен сумме объёмов жидкостей, которые перетекли из крайних сосудов.



Подсказка

Подъём уровня в среднем сосуде определяется суммой скоростей опускания поршней. Сравните наклоны двух ветвей графика $h(l)$ и найдите, с какими скоростями движутся поршни на каждом этапе.

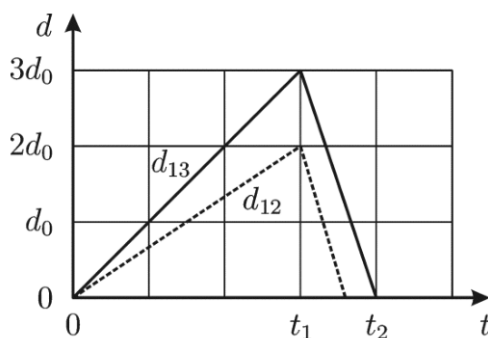
Ответ

$$\rho_{\text{см1}} = \frac{2(7\rho_1 + \rho_2) + (\rho_1 + 7\rho_2)}{3 \cdot 8} = \frac{15\rho_1 + 9\rho_2}{24}, \text{ если сначала быстрее движется левый поршень};$$

$$\rho_{\text{см2}} = \frac{2(\rho_1 + 7\rho_2) + (7\rho_1 + \rho_2)}{3 \cdot 8} = \frac{9\rho_1 + 15\rho_2}{24}, \text{ если сначала быстрее движется правый поршень}.$$

6 Три пловца в бассейне

Три пловца разной квалификации решили посоревноваться на дистанции 100 метров в пятидесятиметровом бассейне. Стартовали пловцы одновременно, и каждый проплывал дистанцию со своей постоянной скоростью. Обозначим через $d_{12}(t)$ расстояние между первым и вторым пловцами, а через $d_{13}(t)$ – расстояние между первым и третьим пловцами в момент времени t . На рисунке сплошной линией изображен график зависимости $d_{13}(t)$ для части заплыва – от старта до момента времени t_2 . График зависимости $d_{12}(t)$ изображен пунктиром. Численное значение величины d_0 неизвестно, но зато известно, что $t_1 = 30$ с и $t_2 = 40$ с. При определении расстояния между пловцами ширина дорожек бассейна не учитывалась, считалось, что спортсмены движутся почти вдоль одной прямой. Разворот каждого из пловцов происходит очень быстро.



1. Какое время на финише показал каждый из пловцов?
2. Продолжите (достройте) оба графика до момента времени 60 с.

Подсказка

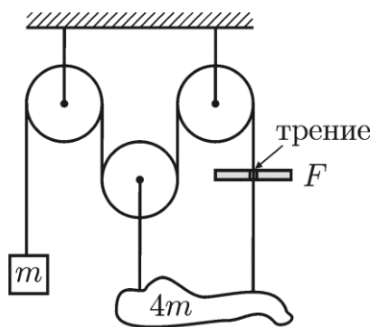
Кто из пловцов развернулся в момент t_1 , когда оба расстояния резко начали убывать? Выразите пути второго и третьего пловцов к этому моменту через d_0 и используйте длину бассейна.

Ответ

1) первый пловец финишировал через 60 с, второй – через 90 с, третий – через 120 с; 2) графики достраиваются по этим скоростям (в официальном решении приведены на рисунке).

7 Груз на блоках с трением нити

Неоднородный груз массой $4m$ подвешен при помощи системы блоков так, как показано на рисунке. Нити и блоки очень лёгкие, свободные участки нитей вертикальны, трения в осях блоков нет. К свободному концу нити, перекинутой через блоки, прикреплен противовес массой m . Участок этой же нити, находящийся между грузом и правым блоком, проходит через небольшое отверстие в неподвижной перегородке. При скольжении нити в отверстии возникает сила трения $F = 10$ Н, действующая на нить со стороны стенок перегородки.



1. При каких значениях массы m противовеса система может оставаться в равновесии?
2. Где должен находиться центр масс неоднородного груза для того, чтобы равновесие было возможным?
3. Чему равен модуль силы трения F_1 , и в какую сторону она направлена при $m = m_1 = 0,7$ кг?

Модуль ускорения свободного падения можно считать равным $g = 10$ м/с².

Подсказка

Одна и та же нить проходит через все блоки, поэтому её натяжение везде одинаково, если не считать участка с трением. Какие силы действуют на подвижный блок и на груз?

Ответ

1) система может оставаться в равновесии при $m < m_0 = F/g = 1$ кг; 2) центр масс неоднородного груза должен находиться на одинаковом расстоянии от вертикальных линий, вдоль которых расположены нити, на которых он висит; 3) при $m = m_1 = 0,7$ кг сила трения направлена вверх и её модуль равен $F_1 = m_1 g = 7$ Н.

8 Тепловая электростанция ТЭЦ-25

В г. Москве в районе Очаково работает мощная тепловая электрическая станция с названием «ТЭЦ-25». Максимальная электрическая мощность этой станции составляет $W_1 = 1370$ МВт. Кроме выработки электроэнергии, эта станция может одновременно поставлять теплоту с мощностью $W_2 = 4088$ Гкал/ч для снабжения соседних районов города горячей водой и для обогрева домов. Станция работает на природном газе метане (CH_4), при сгорании $m_0 = 16$ г которого выделяется количество теплоты $Q = 797$ кДж. В атмосферу через трубы вместе с продуктами сгорания всегда выбрасывается 20% энергии, полученной в результате сгорания топлива. В летнем режиме, когда дома отапливать не нужно, станция работает на 80% своей максимальной электрической мощности, и при этом 30% выделившейся при сгорании метана теплоты всё равно приходится отводить в атмосферу при помощи испарения воды в специальных

устройствах – градирнях. Удельная теплота парообразования воды $L = 2256$ кДж/кг, одна калория равна примерно 4,2 Дж.

1. Каков у станции расход топлива (в кг/с) зимой?
2. Каков КПД использования тепловой энергии при её преобразовании в электрическую зимой?
3. Какое количество воды каждую секунду превращается в пар (в л/с) в градирнях станции летом?
4. Какая мощность поставляется потребителям горячей воды в домах летом?

Подсказка

Сначала найдите полную мощность сгорания топлива зимой: она складывается из электрической мощности, теплоты для города и потерь в трубу (20%).

Ответ

1) расход топлива зимой ≈ 154 кг/с; 2) КПД $\approx 17,85\%$; 3) летом в градирнях каждую секунду превращается в пар $\approx 816,5$ л воды; 4) потребителям горячей воды в домах летом поставляется мощность ≈ 1974 МВт.