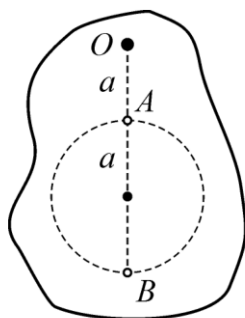


МОШ, 2016/17, заключительный этап, 9 класс

Условия, ответы и решения

1 Жук на подвешенном клочке бумаги

На очень лёгком клочке бумаги нарисовали окружность радиусом a и подвесили его на неподвижной горизонтальной оси O , относительно которой клочок может свободно вращаться (см. рисунок). В точку A , которая находится на нарисованной окружности под осью, садится жук и начинает ползти по этой окружности с постоянной по модулю скоростью V , перемещаясь в точку B , расположенную на продолжении отрезка OA . Через какое время от начала движения жук будет иметь максимальную скорость относительно неподвижной (лабораторной) системы отсчета, если $|OA| = a$? Чему будет равна эта скорость? Считайте массу жука намного больше массы клочка бумаги.



Подсказка

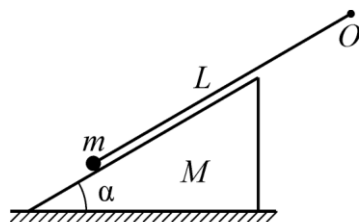
Куда направлена сила тяжести жука и где должен находиться центр масс системы, чтобы клочок покоился? Разложите движение жука на движение по окружности относительно клочка и вращение самого клочка.

Ответ

$$u_{\max} = V \text{ при } t = \frac{\pi a}{3V}.$$

2 Клин с шариком на нити

На горизонтальной плоскости находится клин массой M , наклонная поверхность которого образует угол α с горизонтом. На клине лежит маленький шарик массой m , который соединен невесомой нерастяжимой нитью длиной L с неподвижной осью O , расположенной вне клина (см. рис.). Клину удерживают в таком положении, что нить параллельна наклонной поверхности клина. Трение в системе отсутствует. Клину отпускают, предоставляя системе возможность двигаться. Найдите модули ускорений шарика и клина относительно горизонтальной плоскости в момент сразу после отпускания клина. Нить можно считать очень длинной.



Подсказка

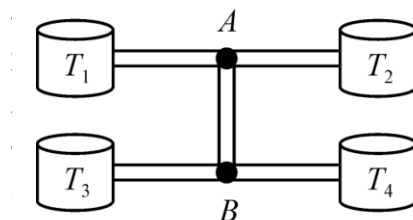
В начальный момент скорости нулевые, поэтому ускорение шарика перпендикулярно нити. Свяжите ускорение шарика с ускорением клина условием, что шарик остаётся на поверхности клина.

Ответ

$$a = \frac{mg \sin^2 \alpha \cos \alpha}{M + m \sin^2 \alpha}; \quad A = \frac{mg \sin \alpha \cos \alpha}{M + m \sin^2 \alpha}.$$

3 Четыре термостата и стержни

Четыре термостата, в которых поддерживаются температуры $T_1 = +10^\circ\text{C}$, $T_2 = +20^\circ\text{C}$, $T_3 = 0^\circ\text{C}$ и $T_4 = -10^\circ\text{C}$, соединены между собой при помощи пяти одинаковых теплопроводящих стержней (см. рис.). Найдите установившиеся температуры точек A и B соединения стержней. Мощность теплопередачи через каждый стержень пропорциональна разности температур на его концах. Потерями теплоты можно пренебречь.



Подсказка

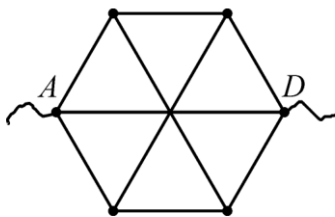
В установившемся режиме в каждую точку соединения приходит столько же теплоты, сколько уходит. Запишите это для точек A и B .

Ответ

$$T_A = \frac{3(T_1 + T_2) + T_3 + T_4}{8} = +10^\circ\text{C}; \quad T_B = \frac{3(T_3 + T_4) + T_1 + T_2}{8} = 0^\circ\text{C}.$$

4 Проволочная сетка между A и D

Определите сопротивление R_{AD} между точками A и D проволочной сетки, показанной на рисунке. Сопротивление каждого из проводников (вне зависимости от его длины), из которых спаяна сетка, равно R . Места спайки проводников обозначены точками. В центре сетки электрический контакт отсутствует.



Подсказка

Воспользуйтесь симметрией сетки относительно прямой AD : найдите точки с одинаковыми потенциалами или расставьте токи по ветвям с учётом симметрии.

Ответ

$$R_{AD} = \frac{5}{9}R.$$

5 Ракета, самолёт и квадрокоптер

Ракета удаляется от горизонтальной поверхности Земли со скоростью V , направленной строго вертикально. Параллельно поверхности точно на запад летит самолет со скоростью $V/\sqrt{3}$. 1) С какой наименьшей по модулю скоростью u и в каком направлении должен лететь (относительно Земли) квадрокоптер для того, чтобы относительно него ракета и самолет имели противоположные по направлению скорости? 2) Под каким углом к горизонту (относительно Земли) должна быть направлена скорость квадрокоптера для того, чтобы ракета и самолет имели в системе отсчета квадрокоптера противоположные по направлению и равные по модулю скорости? Чему равен модуль скорости квадрокоптера в этом случае?

Подсказка

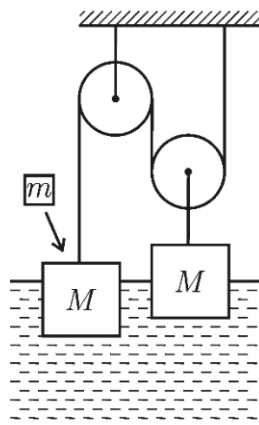
Скорость тела относительно квадрокоптера — разность скоростей тела и квадрокоптера. Постройте треугольники скоростей: конец вектора скорости квадрокоптера лежит на определённой прямой.

Ответ

- 1) квадрокоптер должен двигаться в западном направлении под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту;
- 2) скорость направлена в западном направлении под углом 60° к горизонту и равна по модулю скорости самолёта, то есть $V/\sqrt{3}$.

6 Кубики на блоках в жидкости

В находящуюся в широком сосуде жидкость частично погружены одинаковые кубики со стороной a и массой M , которые удерживаются в равновесии при помощи системы, состоящей из невесомых блоков, соединённых очень легкой и нерастяжимой нитью (см. рис.). Трение в осях блоков отсутствует, плотность жидкости равна плотности кубиков. Изначально правый кубик погружен в жидкость ровно наполовину. 1) На какую величину изменится глубина погружения правого кубика, если на левый кубик поместить небольшой перегрузок массой $m = M/16$? 2) На сколько в результате этого изменятся модуль силы натяжения нити и модуль силы давления жидкости на дно? 3) При каких значениях массы перегрузка оба кубика останутся частично погруженными в жидкость? Явлениями, связанными со смачиванием поверхностей кубиков жидкостями, можно пренебречь.



Подсказка

Выразите силы, действующие на блоки, через натяжение нити и запишите условия равновесия кубиков до и после добавления перегрузка. Свяжите изменения глубин погружения кубиков через длину нити.

Ответ

$$1) \Delta h = \frac{2ma}{5M} = \frac{a}{40}; \quad 2) \Delta T = T_2 - T_1 = \frac{mg}{5}, \Delta F = \frac{2mg}{5} = \frac{Mg}{40}; \quad 3) m < \frac{5}{16}M.$$

7 Смесь воды со льдом в радиаторе

Для охлаждения своих одинаковых экспериментальных установок юные физики Вася и Пети используют радиаторы, в которые через трубки одинакового сечения закачивают жидкую смесь холодной воды, имеющей температуру $t_0 = 0^\circ\text{C}$, с мелко перетёртым льдом в объёмном соотношении три к одному. Известно, что в экспериментальной установке Васи на выходе из радиатора получается вода с температурой $t_1 = +32^\circ\text{C}$, а в установке Пети — с температурой $t_2 = +75^\circ\text{C}$. Тепловые мощности, отбираемые охлаждающей смесью у двух установок, одинаковы. Чему равно отношение скоростей закачивания смеси в радиаторы экспериментальных установок Васи и Пети? Плотность воды $\rho_v = 1000 \text{ кг/м}^3$, плотность льда $\rho_l = 900 \text{ кг/м}^3$, удельная теплоемкость воды $c = 4200 \text{ Дж/(кг} \cdot ^\circ\text{C)}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,35 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$.

Подсказка

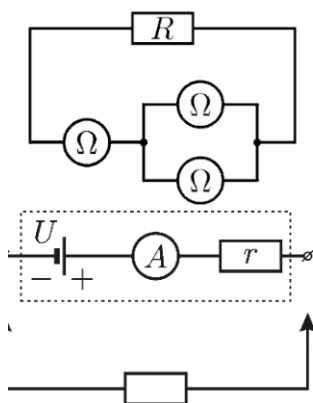
За одно и то же время через радиатор проходит объём смеси, пропорциональный скорости закачивания. Найдите теплоту, нужную для плавления льда и нагрева всей воды до конечной температуры, на единицу объёма смеси.

Ответ

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda\rho_l + c(\rho_l + 3\rho_v)t_2}{\lambda\rho_l + c(\rho_l + 3\rho_v)t_1} \approx 1,85.$$

8 Три омметра в цепи

На рисунке приведена схема цепи, состоящей из трех одинаковых омметров Ω , с помощью которых измеряется неизвестное сопротивление R резистора. Полярность включения у всех омметров одинаковая. Один из омметров показывает сопротивление $R_1 = 100$ Ом, а другой $R_2 = 800$ Ом. Каковы показания R_3 третьего омметра? Чему равно сопротивление R резистора?



Указание. Можно считать, что омметр состоит из соединенных последовательно идеального источника с напряжением U , резистора с сопротивлением r и идеального амперметра. Показания амперметра автоматически пересчитываются в сопротивление подключенного к его клеммам резистора, которое отображается на цифровом табло прибора.

Подсказка

Выразите показание каждого омметра через ток, текущий через него, сравните токи в параллельных омметрах и в одиночном, затем запишите второе правило Кирхгофа для контура с омметрами и резистором.

Ответ

$R_3 = 800$ Ом; $R = 500$ Ом.