

МОШ, 2017/18, отборочный этап, 8 класс

[Условия, ответы и решения](#)

1 Карлсон летит к Малышу

Карлсон прилетел к Малышу за 10 минут, передвигаясь со средней скоростью 8 м/с. Под конец пути запас сладкого у Карлсона закончился, поэтому оказалось, что последние 2 минуты его средняя скорость составила 3 м/с. Определите среднюю скорость Карлсона за первые 8 минут движения.

Подсказка

Средняя скорость на всём пути — это весь путь, делённый на всё время. Путь складывается из путей на двух участках.

Ответ

$v_1 = 9,25$ м/с.

Решение

Средняя скорость Карлсона на всем участке пути равна

$$v = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t},$$

где v_1, v_2 — средние скорости на первом и втором участке пути соответственно. Выразим искомую величину:

$$v_1 = \frac{vt - v_2 t_2}{t_1}$$

и подставим численные значения. Окончательно получаем $v_1 = 9,25$ м/с.

2 Грузик в полной кружке

В пол-литровую кружку, доверху заполненную водой, погрузили грузик массой 200 г. Определите, на сколько изменится плотность содержимого кружки? Плотность воды 1 г/см³, плотность груза 11,3 г/см³.

Подсказка

Кружка была полна, значит, часть воды вылилась. Сколько воды осталось и каков объём содержимого?

Ответ

Плотность увеличится на 0,36 г/см³ (с 1 до 1,36 г/см³).

Решение

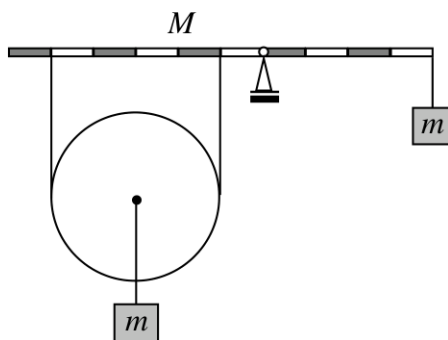
Так как кружка заполнена доверху, то после погружения грузика часть воды выльется. Формула для плотности «смеси» будет иметь следующий вид:

$$\rho = \frac{m_1 + m}{V_1 + V},$$

где m_1 и V_1 — масса и объём оставшейся воды после погружения груза в кружку. Объём груза равен $V = \frac{m}{\rho} = 17,7 \text{ см}^3$. Значит, $V_1 = V - V = 482,3 \text{ см}^3$, где $V = 0,5 \text{ л}$. Плотность смеси равна $\rho = 1,36 \text{ г/см}^3$. Окончательно определяем разность $\rho - \rho = 0,36 \text{ г/см}^3$.

3 Рычаг с блоком

При какой массе M однородного рычага возможно равновесие системы, показанной на рисунке? Масса грузов равна m . Блок и нити невесомы.



Подсказка

Нить, перекинута через невесомый блок с грузом, делится нагрузкой пополам. Запишите равенство моментов относительно опоры; сила тяжести однородного рычага приложена в его середине.

Ответ

$M = m$.

Решение

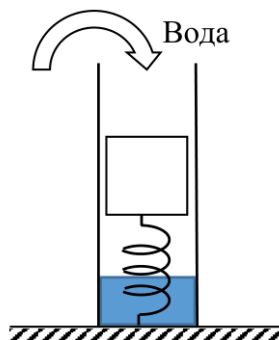
Пусть a — длина одного «деления» рычага. Сила натяжения каждой нити у блока равна $\frac{mg}{2}$. Моменты силы тяжести, действующие на рычаг слева и справа относительно точки опоры, равны:

$$4mga = \frac{m}{2}ga + 5\frac{m}{2}ga + Mga.$$

Решая полученное уравнение, находим, что $M = m$.

4 Кубик на пружине в воде

Кубик внутри пустого стакана покоится на сжатой пружине, величина деформации которой равна 1 см. В стакан наливают воду до тех пор, пока длина пружины не перестаёт изменяться. Найдите плотность кубика, если деформация пружины в конечном состоянии равна 2 см. Плотность воды равна 1 г/см^3 .



Подсказка

В конечном состоянии пружина растянута: она тянет кубик вниз, и вместе с силой тяжести эта сила уравнивается силой Архимеда. Кубик при этом погружён полностью.

Ответ

$$\rho = 0,33 \text{ г/см}^3.$$

Решение

Запишем второй закон Ньютона для случая, когда пружина сжата:

$$mg = k\Delta x_1,$$

где Δx_1 — деформация пружины в первом случае. По мере наполнения стакана водой пружина начинает разжиматься и в итоге будет растянута на $\Delta x_2 = 2 \text{ см}$, то есть направление силы упругости сменится на противоположное. Запишем второй закон Ньютона для конечного положения кубика с учётом того, что на него действует выталкивающая сила со стороны воды:

$$mg + k\Delta x_2 = \rho g \frac{m}{\rho},$$

где ρ , ρ — плотности воды и кубика соответственно. Подставляя во второе уравнение значение $k\Delta x_1$ вместо mg , получаем выражение $k(\Delta x_1 + \Delta x_2) = \rho g \frac{m}{\rho}$. Решая систему уравнений, получаем:

$$\rho = \frac{\rho \Delta x_1}{\Delta x_1 + \Delta x_2} = 0,33 \text{ г/см}^3.$$

5 Средняя скорость за 2/3 времени

Автомобиль первую половину времени ехал со скоростью 78 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля за последние 2/3 времени его движения, если его средняя скорость за всё время движения равна 60 км/ч.

Подсказка

Первая половина времени и последние две трети времени перекрываются. На какие участки по времени естественно разбить движение?

Ответ

$$v_2 = 51 \text{ км/ч.}$$

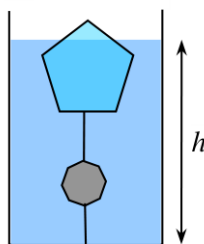
Решение

В случае, когда тело движется равные промежутки времени с некоторыми скоростями, средняя скорость за всё время движения равна их среднему арифметическому. Средняя скорость тела, с которой оно двигалось вторую половину времени: $v_2 = 2v - v_1 = 42 \text{ км/ч}$. Тело движется в течение времени $\frac{2}{3}t - \frac{t}{2} = \frac{t}{6}$ со скоростью 78 км/ч , где t — всё время движения. Окончательно получаем:

$$v_2 = \frac{v_1 \cdot \frac{t}{6} + v_2 \cdot \frac{t}{2}}{\frac{2}{3}t} = 51 \text{ км/ч.}$$

6 Льдинка с игрушкой в сосуде

В цилиндрическом сосуде с водой плавает льдинка с привязанной к ней детской игрушкой. Силы натяжения всех нитей одинаковы и равны T . Определите, в какую сторону и на сколько изменится уровень воды в стакане после того, как лёд растает. Площадь дна сосуда S , плотность воды ρ .



Подсказка

Сравните силу давления воды на дно до и после таяния льда. Что говорит равенство сил натяжения двух нитей о плотности игрушки?

Ответ

Уровень воды повысится на $\Delta h = \frac{T}{\rho g S}$.

Решение

Из равенства натяжения нитей следует, что плотность игрушки равна плотности воды. Рассмотрим силы давления на дно сосуда до и после того, как лёд растаял.

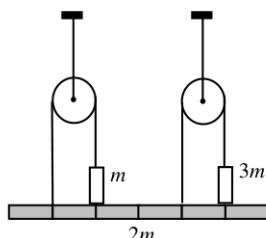
1. До: $\rho g h_1 S = (m + M)g + mg - T$, где m — масса игрушки, M — масса воды, T — сила натяжения нити.

2. После: $\rho g h_2 S = (m + M)g + mg$.

Решая эти уравнения, получаем $\Delta h = \frac{T}{\rho g S}$.

7 Доска на блоках с грузами

Однородная доска имеет массу $2m$. Массы грузов m и $3m$. Блоки и нити невесомы, трения в осях блоков нет. Блоки подвешены к потолку. Система находится в равновесии. Определите силу, с которой груз m действует на доску.



Подсказка

Запишите условие равновесия доски по вертикали, равновесие каждого груза и уравнение моментов для доски относительно удобной точки, например точки крепления нити.

Ответ

$$F_1 = \frac{mg}{3}.$$

Решение

Рассмотрим все силы, действующие на подставку, и запишем для неё условие равновесия: $T_1 + T_2 = F_1 + F_2 + 2mg$, где F_1, F_2 — силы давления грузов на подставку. Теперь запишем условия равновесия грузов:

$$T_1 = mg - F_1, \quad T_2 = 3mg - F_2.$$

Решая систему уравнений, получим: $F_2 = mg - F_1$. Запишем уравнение моментов относительно точки крепления левого конца левой нити:

$$F_1 + 4mg - 3T_2 + 4F_2 = 0.$$

Окончательно получаем: $F_1 = \frac{mg}{3}$.

8 Три кубика и теплообмен

Хорошо проводящие тепло кубики А, Б и В имеют начальные температуры 10°C , 100°C и 20°C соответственно. Кубики Б и В одинаковые, т.е. они сделаны из одного материала и имеют одинаковые размеры. После приведения в контакт кубиков А и В они через некоторое время приобрели одинаковую температуру 18°C . Найдите установившуюся температуру всех тел, если кубик А многократно приводится в контакт то с телом Б, то с телом В. Теплообменом с окружающей средой пренебречь.

Подсказка

Из первого контакта найдите, во сколько раз теплоёмкость А меньше теплоёмкости В. В конце все три тела имеют одну температуру: запишите общий тепловой баланс.

Ответ

$$t \approx 54,4 \text{ }^{\circ}\text{C}.$$

Решение

Запишем уравнение теплового баланса при первом контакте:

$$Ct + Ct = (C + C)t \implies C = \frac{t - t}{t - t} C = \frac{2}{8} C = 0,25 C,$$

где C — теплоёмкость тела А, C — теплоёмкость тела В, $t = 10 \text{ }^{\circ}\text{C}$, $t = 20 \text{ }^{\circ}\text{C}$, $t = 18 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Конечная температура тел А, Б и В станет одинаковой. Следовательно, уравнение теплового баланса после многократных контактов:

$$Ct + Ct + Ct = (C + C + C)t \implies t = \frac{0,25 Ct + C(t + t)}{2,25 C} = 54,4 \text{ }^{\circ}\text{C}.$$