

МОШ, 2017/18, заключительный этап, 7 класс

Условия, ответы и решения

1 Термометр Фаренгейта

На рисунке изображён уличный термометр с двумя шкалами: Цельсия (внутри) и Фаренгейта (снаружи). Ноль по шкале Фаренгейта определялся как температура смеси воды, льда и хлорида аммония (соответствует примерно $-17,8\text{ }^{\circ}\text{C}$), а $+98\text{ }^{\circ}\text{F}$ соответствовало температуре тела здорового человека (измеряемой во рту). Пользуясь этим рисунком, определите, при какой температуре в градусах Фаренгейта кипит вода (при нормальном атмосферном давлении). Опишите в решении, как именно температура кипения воды определялась с использованием данного рисунка. Температуру кипения воды по шкале Цельсия ($+100\text{ }^{\circ}\text{C}$) считайте известной. Ответ можно дать приближённо, округлив до целого числа.

Подсказка

Связь шкал линейна: $t_F = kt_C + b$. Найдите по рисунку, чему соответствует $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ и сколько градусов Фаренгейта в одном градусе Цельсия.

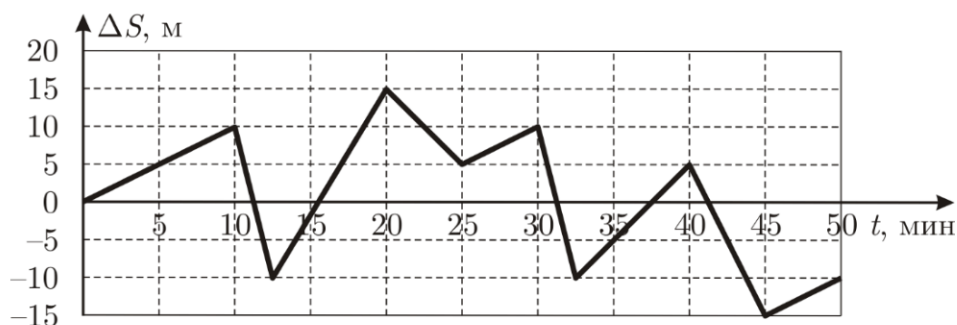
Ответ

Вода кипит при температуре $\approx 215\text{ }^{\circ}\text{F}$.

2 Гонка Молнии Маккуина и Чико

Тачки Молния Маккуин и Чико в очередной раз соревнуются на дистанции. В итоге, после напряжённой борьбы, Молния Маккуин оказался на финише через 50 минут после старта, опередив Чико. На рисунке представлен график, на котором показана разность расстояний ΔS , которые преодолели тачки к моменту времени t .

1. Сколько раз за гоночный заезд обгонял Чико своего соперника?
2. На сколько различаются средние скорости движения тачек за 50 мин?
3. С какой скоростью ехал Молния Маккуин в течение первых 10 минут, если Чико в это же время ехал со скоростью 160 км/ч ?



Подсказка

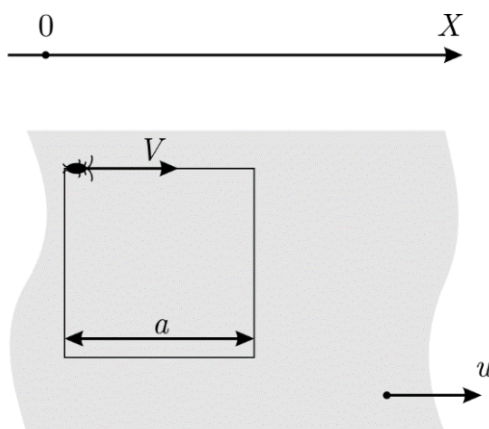
По знаку ΔS видно, кто впереди; обгон — это пересечение графиком оси времени. Средняя скорость — путь, делённый на время, поэтому разность средних скоростей — это $\Delta S/t$ в конце заезда.

Ответ

- 1) Чико обгонял соперника 2 раза; 2) средние скорости тачек за 50 мин отличаются на 0,2 м/мин;
- 3) в течение первых 10 минут Молния Маккуин ехал со скоростью 159,94 км/ч.

3 Таракан на ленте транспортера

Горизонтальная лента транспортера движется со скоростью $u = 1$ см/с относительно земли. Таракан может бегать по ленте со скоростью V относительно ленты по нарисованному на ленте квадрату с длиной стороны $a = 5$ см в направлении по часовой стрелке, если смотреть на ленту сверху. В начальный момент времени таракан находится в углу квадрата, в точке с координатой 0 по оси OX , неподвижной относительно земли.



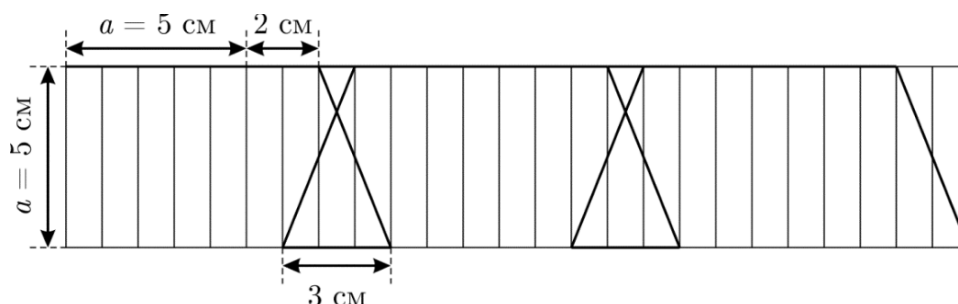
1. Если $V = u$, то чему будет равна средняя скорость перемещения таракана относительно оси OX к моментам времени $t_1 = 3a/(2V)$, $t_2 = 5a/(2V)$ и $t_3 = 7a/(2V)$?
2. Для $V = 2,5u$ нарисуйте траекторию таракана в системе отсчёта, неподвижной относительно земли, для первых 20 с движения.
3. При какой скорости таракана траектория представляет собой ломаную линию, не пересекающую саму себя?

Подсказка

Перейдите в систему отсчёта ленты: там таракан обходит квадрат, а за это время сама лента смещается относительно земли на ut . Скорости вдоль и против OX складываются со скоростью ленты.

Ответ

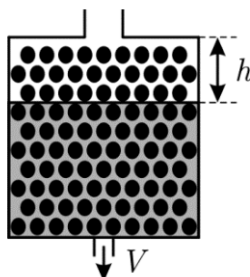
- 1) $w(t_1) = \frac{12,5 \text{ см}}{7,5 \text{ с}} = \frac{5}{3} \text{ см/с}$, $w(t_2) = \frac{12,5 \text{ см} + 2,5 \text{ см}}{12,5 \text{ с}} = \frac{6}{5} \text{ см/с}$, $w(t_3) = \frac{17,5 \text{ см}}{17,5 \text{ с}} = 1 \text{ см/с}$;
- 2) график (траектория таракана за первые 20 с) показан на рисунке;



3) траектория не будет пересекать саму себя при $V < u$.

4 Фильтр с гранулами

Цилиндрический фильтр с поперечным сечением $S = 100 \text{ см}^2$ и объёмом $V_0 = 2$ литра заполнен водой и однородно распределёнными гранулами объёмом $\Omega = 0,8 \text{ см}^3$ каждая. Когда снизу открыли кран и через него вытек объём воды $V = 0,13$ литра, то уровень воды в фильтре понизился на $h = 5$ см. Сколько гранул находится в фильтре? Расположение гранул при вытекании воды из фильтра остаётся неизменным.



Подсказка

Вытекшая вода занимала только зазоры между гранулами в слое толщиной h . Найдите число гранул в этом слое, затем используйте однородность заполнения.

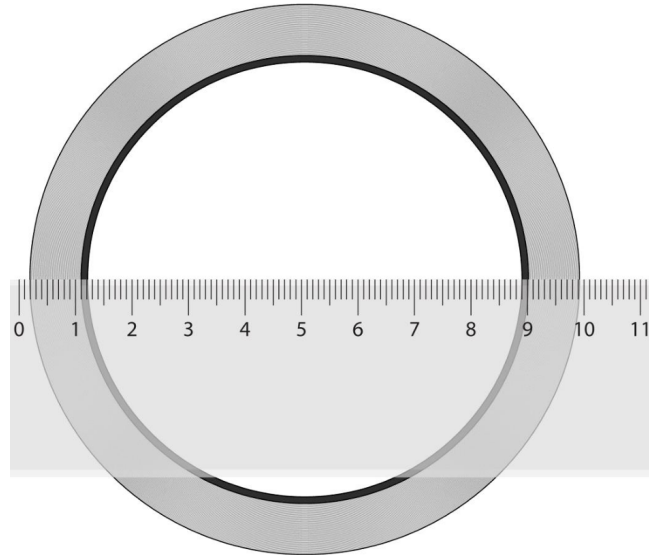
Ответ

В фильтре находится $N_0 = \frac{V_0(Sh - V)}{Sh\Omega} = 1850$ гранул.

5 Катушка скотча

Активный пенсионер Николай Васильевич купил в магазине катушку клейкой ленты (скотча) без заводской этикетки. Его заинтересовали вопросы: какова длина L этой ленты, и чему равна толщина d плёнки, из которой лента изготовлена? Николай Васильевич сфотографировал катушку клейкой ленты вместе с линейкой, приложенной в самом широком месте катушки. После этого он показал фотографию своим друзьям (аккуратно сделанный по фотографии рисунок приведён ниже), задал им свои вопросы, и через некоторое время получил ответы — они приведены в таблице. При этом один из друзей честно признался, что длину скотча он узнал у продавца в магазине, а затем вычислил толщину при помощи фотографии. Кто из друзей Николая Васильевича правильно ответил на вопросы? Чему равны длина ленты и толщина пленки?

	Александр Иванович	Федор Петрович	Иван Васильевич	Лев Сергеевич	Михаил Владимирович
L , м	25	15	5	40	50
d , мкм	30	10	80	15	50



Примечание: мкм — это микрон, то есть одна миллионная часть метра.

Подсказка

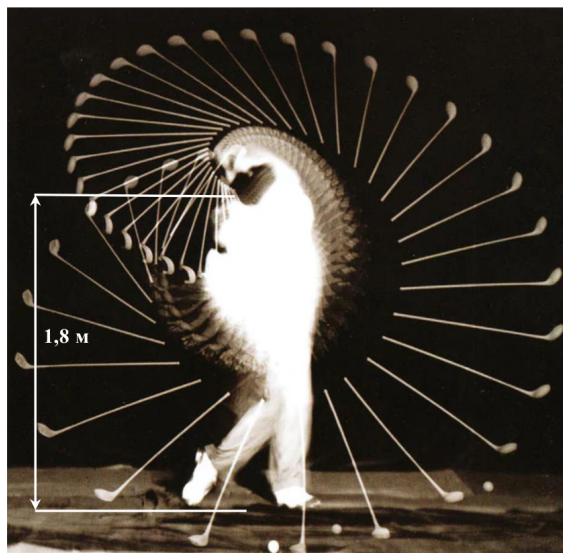
Объём ленты можно подсчитать двумя способами: как длина на ширину на толщину и как площадь кольца на ту же ширину. Сократите ширину и найдите площадь кольца по диаметрам на рисунке.

Ответ

Правильный ответ дал Михаил Владимирович: длина скотча равна 50 м, а толщина плёнки — 50 мкм.

6 Хронофотография гольфиста

Хронофотография — это разновидность фотографии, позволяющая фиксировать движение какого-либо объекта при помощи фотосъёмки отдельных фаз движения. При этом кадры делаются последовательно через равные короткие интервалы времени. Перед вами хронофотография гольфиста, совершающего удар по мячу. Промежуток времени между соседними кадрами равен $\tau = 16$ мс. Оцените начальную скорость мяча для гольфа. Мяч движется перпендикулярно направлению вашего взгляда. Высота гольфиста равна 1,8 м.



Подсказка

Выберите на снимке два соседних изображения мяча сразу после удара и измерьте расстояние между ними, сравнивая с ростом гольфиста, а затем разделите его на τ .

Ответ

Начальная скорость мяча для гольфа примерно равна 56 м/с.

7 Красные и белые кубики

Две одинаковые коробки плотно заполнили доверху красными и белыми кубиками одинакового размера. В первой коробке красных кубиков на 26 больше, чем белых, и средняя плотность содержимого коробки оказалась равна $6,6$ г/см³. Средняя плотность содержимого второй коробки равна $7,5$ г/см³. Объём коробки равен 1 л, масса красного кубика 52 г, белого — 127 г. Кубиков какого цвета во второй коробке больше, и на сколько штук?

Подсказка

Масса содержимого каждой коробки известна по средней плотности и объёму. Подумайте, как меняется плотность содержимого при замене одного красного кубика белым.

Ответ

Во второй коробке красных кубиков на 2 больше, чем белых.

8 Лодка и катер между пристанями

Пристань B расположена ниже пристани A по течению реки. Между A и B курсируют лодка и катер. Лодка стартует из A одновременно с катером, стартующим из B . Когда лодка подходит к пристани B , она разворачивается, затрачивая на разворот пренебрежимо малое время, и идёт обратно, затем доходит до пристани A , разворачивается, и так далее. Катер движется аналогичным образом.

Первая встреча катера и лодки произошла через 1 час после начала движения. Когда катер после первой встречи подошёл к пристани A , лодка прошла $3/5$ расстояния между A и B . Вторая встреча катера и лодки произошла у пристани B , куда они прибыли одновременно.

1. Через какое время после начала движения катер подошёл к пристани A ?
2. Определите, через какое время после первой встречи произошла вторая встреча?
3. Через какое время после второй встречи произойдёт третья встреча?

Подсказка

До первой встречи тела сближаются со скоростью, равной сумме их скоростей относительно берега (течение сокращается). Обозначьте скорость течения u и составьте уравнения для скоростей катера и лодки.

Ответ

1) катер подошёл к пристани A через 96 минут после начала движения; 2) вторая встреча произошла через 64 минуты после первой; 3) третья встреча произойдёт через 150 минут после второй.