

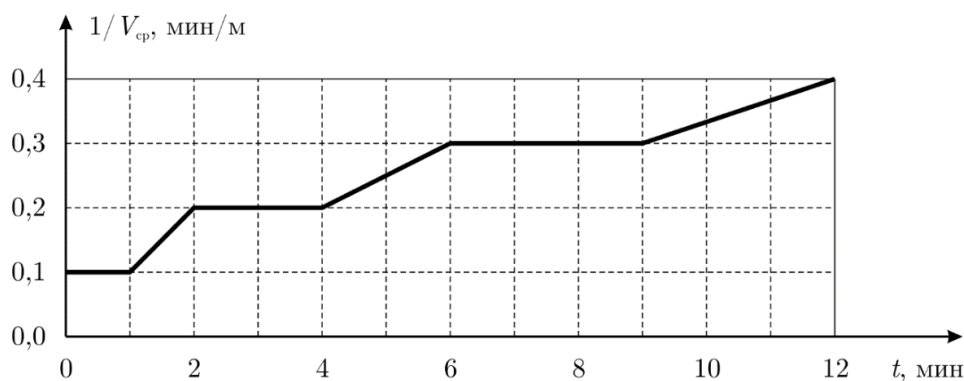
МОШ, 2017/18, заключительный этап, 8 класс

Условия, ответы и решения

1 Марсоход и график обратной скорости

Марсоход двигался по поверхности красной планеты. Его бортовой компьютер дал сбой и в течение 12 минут строил график зависимости обратной величины средней путевой скорости $\frac{1}{V_{\text{ср}}}$ от времени t (которую компьютер вычислял с момента сбоя). Помогите ученым расшифровать полученные результаты.

1. Постройте график зависимости мгновенной скорости марсохода от времени.
2. Определите путь, пройденный марсоходом за эти 12 минут.

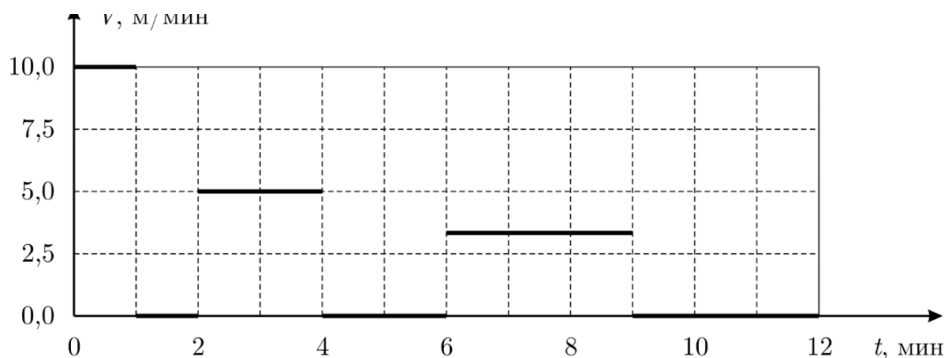


Подсказка

Там, где $1/V_{\text{ср}}$ постоянна, мгновенная скорость равна средней. А что происходит с путём, когда на графике наклонный участок?

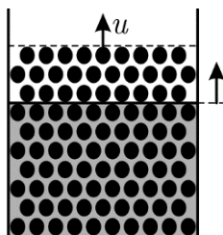
Ответ

1) график мгновенной скорости: 10 м/мин на 0–1 мин, 0 на 1–2 мин, 5 м/мин на 2–4 мин, 0 на 4–6 мин, $10/3$ м/мин на 6–9 мин, 0 на 9–12 мин (см. рис.); 2) 30 м.



2 Орехи в трубе с водой

В цилиндрическую трубу постоянного сечения, частично заполненную толстым слоем орехов, снизу поступает вода со скоростью $w = 0,5$ см/с. Орехи при этом всплывают как единое целое со скоростью $u = 0,2$ см/с (скорости w и u отличаются потому, что между стенками трубы и орехами есть трение). Объём одного ореха $\Omega = 25$ см³, в одном литре их содержится $n = 30$ штук. Найдите скорость V подъёма уровня воды внутри слоя орехов (то есть границы между сухими и мокрыми орехами). Ниже уровня воды зазоры между орехами полностью заполнены водой, а выше этого уровня — воздухом.



Подсказка

Найдите, какую долю объёма слоя занимают орехи, и запишите, что объём воды, поступившей снизу, идёт на заполнение зазоров в слое, поднявшемся с орехами, и на подъём границы.

Ответ

$$V = \frac{w - un\Omega}{1 - n\Omega} = 1,4 \text{ см/с.}$$

3 Верёвка на ветках сосны

Турист бросил со скалы однородную гибкую веревку длиной 45 м. Веревка повисла на двух ветках сосны и висит неподвижно. Получились четыре почти вертикальных отрезка веревки, как показано на рисунке 1. Ветки располагались на одном горизонтальном уровне на высоте $H = 25$ метров над землёй на расстоянии не больше метра друг от друга (рис. 2).

На каком минимальном расстоянии от земли могла находиться самая нижняя точка веревки? Верёвка не соскальзывает с веток благодаря силе трения, поэтому модули сил натяжения T_1 и T_2 вертикальных участков веревки вблизи ветки по разные стороны от нее (см. рис. 3) могут быть разными, но их отношение T_1/T_2 для рассматриваемого случая не может быть больше 2. Диаметр веток намного меньше длины веревки.



Рис. 1.

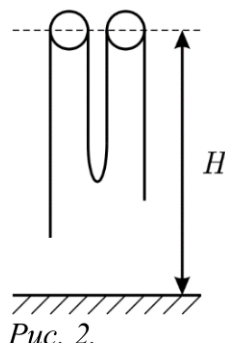


Рис. 2.

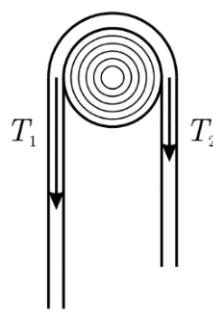


Рис. 3.

Подсказка

Натяжение вертикального участка равно весу свисающей под ним части верёвки. Рассмотрите, какие две конфигурации возможны, и в каждой используйте предельное отношение натяжений.

Ответ

5 м.

4 Припой в парах Galden

На пластинку из тугоплавкого текстолита нанесён слой оловянного припоя (температура плавления $190\text{ }^{\circ}\text{C}$) толщиной $d_1 = 20\text{ мкм}$. Эту пластинку, взятую при комнатной температуре $20\text{ }^{\circ}\text{C}$, погружают в насыщенный пар специальной полимерной жидкости (Galden), температура которого равна $200\text{ }^{\circ}\text{C}$. Пар конденсируется на слое припоя, вследствие чего припой плавится. Определите толщину слоя сконденсировавшейся жидкости к тому моменту, когда весь слой припоя расплавится. Учитывайте теплообмен только между припоем и конденсирующимся полимером. Жидкий припой с текстолита и жидкий полимер с припоя не стекают. Плотность, удельная теплоёмкость и удельная теплота плавления припоя: $\rho_1 = 8100\text{ кг/м}^3$, $c_1 = 230\text{ Дж/(кг}\cdot^{\circ}\text{C)}$, $\lambda = 60\text{ кДж/кг}$. Плотность, удельная теплоёмкость и удельная теплота испарения жидкого полимера: $\rho_2 = 1800\text{ кг/м}^3$, $c_2 = 970\text{ Дж/(кг}\cdot^{\circ}\text{C)}$, $L = 60\text{ кДж/кг}$. Считайте, что теплота испарения не зависит от температуры.

Подсказка

Тепло, нужное припою для нагрева до плавления и самого плавления, отдаёт конденсирующийся пар при конденсации и остывании жидкого слоя. Выразите массы слоёв через их толщины и общую площадь.

Ответ

$$d_2 = d_1 \frac{\rho_1(c_1\Delta t_1 + \lambda)}{\rho_2(c_2\Delta t_2 + L)} \approx 128\text{ мкм}.$$

5 Смеси двух жидкостей в трёх колбах

В лаборатории у юного химика в двух стаканах хранились две жидкости разного объёма: в одном — синяя, а в другом — красная. Однажды химик смешал половину синей и половину красной жидкости в колбе, получив смесь с плотностью ρ_1 . Остатки жидкостей из стаканов он смешал во второй и третьей колбе, при этом плотность смеси во второй колбе оказалась равной ρ_2 , а в третьей — ρ_3 . Найдите отношение объёмов трёх получившихся смесей и запишите условие, которому должны удовлетворять плотности этих смесей. Считайте, что при смешивании жидкостей их объёмы складываются.

Подсказка

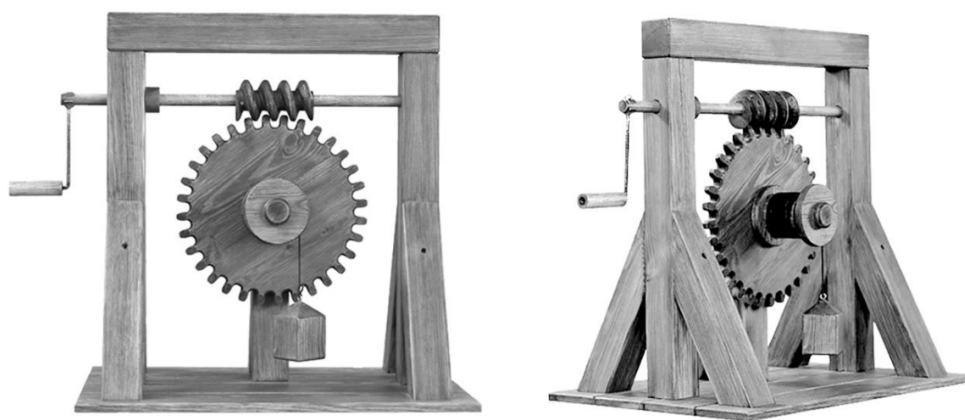
Если смешать вторую и третью смеси, получится жидкость плотностью ρ_1 (остатки равны взятым половинам). Запишите среднюю плотность такой смеси через отношение объёмов второй и третьей.

Ответ

а) $V_1 : V_2 : V_3 = (\rho_3 - \rho_2) : (\rho_3 - \rho_1) : (\rho_1 - \rho_2)$, плотности должны удовлетворять условию $\rho_3 > \rho_1 > \rho_2$; б) $V_1 : V_2 : V_3 = (\rho_2 - \rho_3) : (\rho_1 - \rho_3) : (\rho_2 - \rho_1)$, плотности должны удовлетворять условию $\rho_2 > \rho_1 > \rho_3$.

6 Червячная передача да Винчи

В последние годы стали популярны выставки, на которых демонстрируют простейшие механизмы, якобы сделанные по чертежам Леонардо да Винчи. На фотографиях показан экспонат одной из таких выставок: он называется *червячная передача*. Какой выигрыш в силе (без учета трения) даёт это устройство? Считайте, что длина ворота (от ручки до горизонтальной оси) в два раза больше диаметра барабана, на который наматывается веревка.



Подсказка

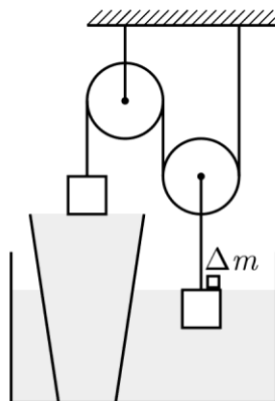
Без трения выигрыш в силе равен отношению путей, проходимых концом ручки и грузом. За один оборот ручки шестерня поворачивается на один зуб.

Ответ

Выигрыш в силе в 128 раз.

7 Грузы, блоки и поддон с водой

В широком поддоне с вертикальными стенками, который частично заполнен водой, стоит доверху наполненный водой стакан. Два цилиндрических груза удерживаются в равновесии с помощью системы блоков и нитей, как показано на рисунке. На правом грузе стоит маленький перегрузок массой Δm . При этом левый груз касается поверхности воды своей нижней гранью, а правый груз — верхней. Площадь горизонтального поперечного сечения левого груза равна S , а правого — $2S$. С правого груза очень медленно снимают перегрузок, после чего левый груз оказывается частично погруженным в воду.



1. На сколько изменится высота уровня воды в поддоне?
2. Какая масса воды перельётся из стакана в поддон?
3. Какой вид имеет зависимость глубины погружения в воду левого груза от массы перегрузка?

Блоки невесомы, нить невесома и нерастяжима, трения нет. Вода из поддона не выливается.

Подсказка

Запишите условия равновесия системы до и после снятия перегрузка; сила Архимеда на погружённый груз уравнивает изменение силы тяжести, и объём вытесненной воды связан с массой перегрузка.

Ответ

1) высота уровня воды в поддоне не изменится; 2) из стакана в поддон перельётся вода массой $\Delta m/3$; 3) зависимость глубины погружения левого груза от массы перегрузка прямо пропорциональная.

8 Горячая жидкость во льду

Очень толстый слой льда имеет температуру 0°C . Полярник решил провести эксперимент. Для этого он сделал во льду небольшую лунку и накрыл её слоем теплоизолятора, в который была вставлена тонкая трубка. Через эту трубку полярник очень медленно заливал в лунку неизвестную горячую жидкость с удельной теплоёмкостью c и плотностью ρ . Жидкость плавила лёд, и глубина лунки увеличивалась. Полярник обнаружил, что существует некоторое минимальное

значение начальной температуры жидкости t_0 , при котором в лунку можно залить сколь угодно большое количество жидкости, и лёд будет продолжать плавиться. При этом поверхность образующейся воды никогда не поднимется до верхнего края лунки. Найдите это минимальное значение t_0 . Удельная теплота плавления льда λ , а также плотности воды и льда ρ_v и ρ_l известны.

Подсказка

Сравните объём лунки, освобождённый растаявшим льдом, с суммарным объёмом образовавшейся воды и залитой жидкости. Условие «вода не дойдёт до края» даёт неравенство на t_0 .

Ответ

$$t_0 = \frac{\lambda \rho_v \rho_l}{c \rho (\rho_v - \rho_l)}.$$