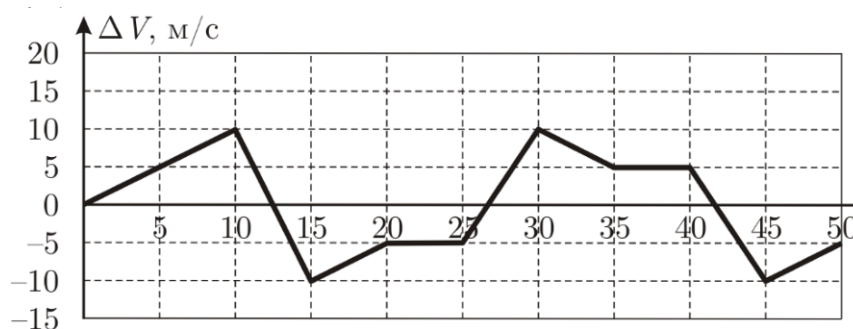


МОШ, 2017/18, заключительный этап, 9 класс

Условия, ответы и решения

1 Гонка по графику разности скоростей

Тачки Молния Маккуин и Чико в очередной раз соревнуются на дистанции, стартовав одновременно с одной линии. В итоге, после напряжённой борьбы, Молния Маккуин оказался на финише через 50 минут после старта, опередив Чико. На рисунке представлен график зависимости разности скоростей ΔV тачек от времени t .



1. Сколько раз за гоночный заезд Чико обгонял своего соперника? В какие моменты это происходило?
2. На сколько различаются средние скорости движения тачек за 50 мин?
3. Какой путь проехал Молния Маккуин за первые 10 минут гонки, если Чико всё это время ехал со скоростью 160 км/ч?

Подсказка

Площадь под графиком разности скоростей равна разности путей тачек к данному моменту. Обгон происходит там, где эта разность путей обращается в нуль.

Ответ

1) Чико обгонял соперника один раз за заезд, в момент времени 22,5 мин; 2) средние скорости за 50 мин различаются на 15 м/мин; 3) Молния Маккуин за первые 10 минут проехал 29,7 км.

2 Два поршня с газом в вакууме

В вертикальном цилиндре неподвижно удерживают два тонких массивных поршня: верхний — массой m , нижний — массой $2m$. Нижний поршень находится на небольшой высоте H от дна цилиндра, расстояние между поршнями равно $L \gg H$. Выше и ниже поршней вакуум, а между ними содержится газ. Поршни одновременно отпускают. Нижний поршень упал на дно цилиндра через время t после отпускания. На какой высоте над дном находился верхний поршень в момент удара нижнего о пол? Ускорение свободного падения g , трения нет, массой газа по сравнению с массой поршней и изменением давления газа при движении поршней можно пренебречь.

Подсказка

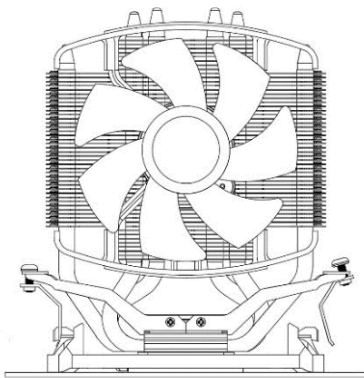
Газ действует на поршни равными по модулю силами, направленными в противоположные стороны. Подумайте, как при этом движется центр масс системы двух поршней.

Ответ

$$h = 3H + L - \frac{3gt^2}{2}.$$

3 Кулер процессора

Процессор персонального компьютера может весьма сильно нагреваться. Для нормальной работы процессора необходима система охлаждения — кулер, состоящий из радиатора и вентилятора (см. рисунок). Обозначим температуру процессора T_C , температуру радиатора T_R , а температуру воздуха внутри корпуса компьютера вдали от процессора T_0 .



Количество теплоты, передаваемое за единицу времени процессором радиатору, пропорционально разности их температур $(T_C - T_R)$. Аналогично, радиатор отдаёт в единицу времени окружающей среде количество теплоты, пропорциональное разности $(T_R - T_0)$. Коэффициенты пропорциональности в указанных зависимостях разные, но оба они зависят только от геометрических размеров и конструкции кулера.

Температура процессора при работе в некотором режиме равна $T_C = 54^\circ\text{C}$. При этом $T_R = 42^\circ\text{C}$ и $T_0 = 26^\circ\text{C}$. Этот процессор заменили на другой — с тепловыделением при работе в том же режиме в 1,5 раза больше, оставив прежний кулер. Температура воздуха T_0 в результате увеличилась на 2°C . Определите температуру нового процессора.

Подсказка

В установившемся режиме мощность тепловыделения процессора равна потоку тепла от процессора к радиатору и потоку от радиатора в воздух. Запишите оба потока для старого и нового процессора.

Ответ

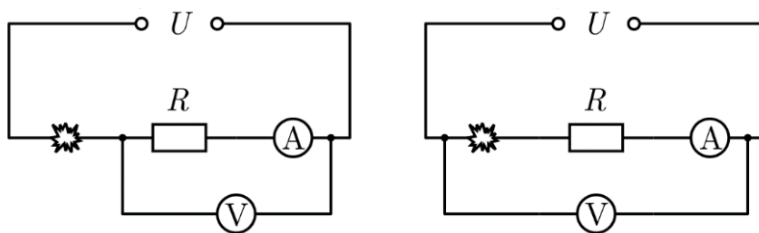
Температура нового процессора равна 70°C .

4 Контакт, который барахлит

Опытный участник экспериментального тура олимпиады собирал электрическую цепь, состоящую из резистора, идеальных вольтметра и амперметра, а также источника напряжения $U = 9$ В с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением. В одном месте контакт между проводами «барахлил», в результате чего показания приборов были нестабильными. Школьник решил исследовать этот вопрос. При подключении вольтметра так, как показано на рисунке слева, его показания в течение достаточно долгого времени наблюдения изменялись в пределах от $U_1 = 6,78$ В до $U_2 = 8,82$ В. При другом подключении вольтметра (рисунок справа) показания амперметра в течение достаточно долгого времени наблюдения изменялись в пределах от $I_1 = 113$ мА до $I_2 = 147$ мА. Определите:

1. сопротивление резистора R ;
2. диапазон значений сопротивления «барахлящего» контакта;
3. диапазоны показаний приборов, если в цепи, схема которой изображена на рисунке 1, параллельно «барахлящему» контакту присоединить резистор сопротивлением $r = 30$ Ом.

Сопротивлением проводов можно пренебречь.



Подсказка

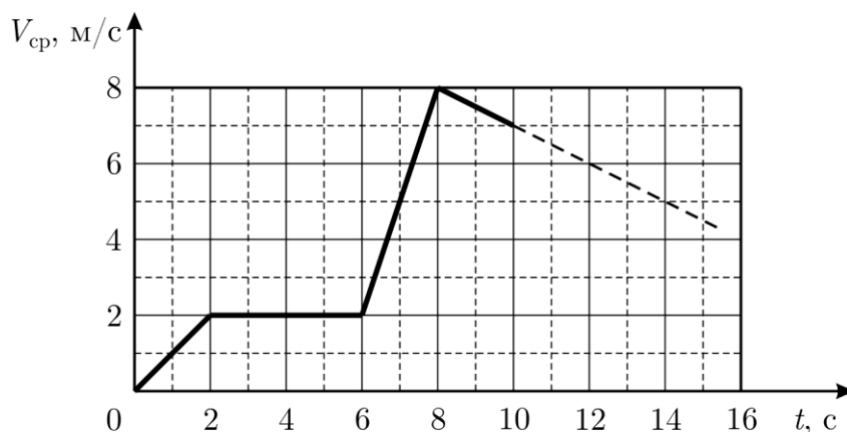
В обоих случаях вольтметр показывает напряжение на R , а амперметр — ток через R , так что отношение показаний даёт R . Сопротивление контакта найдите из закона Ома для всей цепи при крайних значениях тока.

Ответ

- 1) $R = \frac{U_1}{I_1} = \frac{U_2}{I_2} = 60$ Ом; 2) от $R_{\min} = \frac{U}{I_2} - R \approx 1,22$ Ом до $R_{\max} = \frac{U}{I_1} - R \approx 19,65$ Ом;
3) вольтметр: от $\approx 7,51$ В до $\approx 8,83$ В; амперметр: от $\approx 0,125$ А до $\approx 0,147$ А.

5 Средняя скорость по графику

Материальная точка начинает двигаться прямолинейно вдоль оси OX . Автоматизированная экспериментальная установка очень точно измеряет координату точки через каждую миллисекунду и передаёт эти данные компьютеру для обработки. Компьютер каждую миллисекунду рассчитывает среднюю путевую скорость $V_{\text{ср}}$ точки за всё время, прошедшее от начала движения до текущего момента, и строит график зависимости $V_{\text{ср}}$ от времени t (см. рис.). Однако в момент времени $t_0 = 10$ с экспериментальная установка сломалась и перестала передавать компьютеру данные, а материальная точка продолжала двигаться. Определите максимально возможное значение времени t , до которого убывающий участок графика после 8 с (пунктирная линия на рисунке) мог быть прямолинейным.



Подсказка

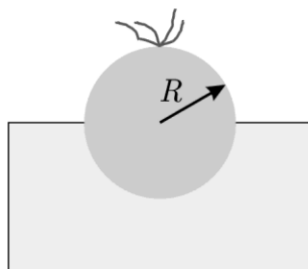
Найдите по прямой части графика закон $V_{cp}(t)$, а по нему — путь $S(t) = V_{cp}t$ и скорость точки. Прямолинейность возможна, пока скорость не обратится в нуль: после этого точка начала бы возвращаться.

Ответ

Убывающий участок графика мог быть прямолинейным до момента $t_{\max} = 12$ с.

6 Репка

Дед, бабушка, внучка, Жучка, Мурка и мышка-норушка хотят вытянуть репку. Репка является однородным шаром радиусом R , на вершине которого расположены многочисленные прочные невесомые длинные листья, за которые репку можно вытягивать. Репка погружена в землю наполовину. Известно, что дед может тянуть с максимальной силой F , бабушка — тянуть вдвое слабее, внучка — вдвое слабее бабушки, Жучка — вдвое слабее внучки, Мурка — вдвое слабее Жучки, а мышка-норушка — вдвое слабее Мурки. Какова максимально возможная масса репки, если известно, что её удалось вытянуть? Как должны были герои сказки тянуть такую репку для того, чтобы всё же вытянуть её? Считайте, что репка уже созрела, её корешки отсохли, и она держится в плотно слежавшейся земле только благодаря собственному весу. При вытягивании репка не может вращаться вокруг своей оси симметрии.



Подсказка

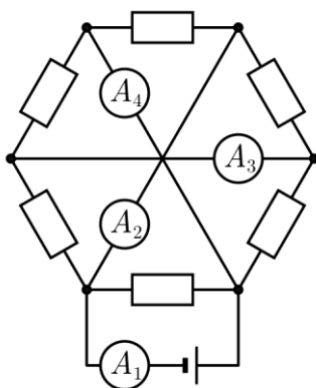
Репка начнёт отрываться, поворачиваясь вокруг точки на краю ямы. Сравните момент силы тяжести и момент суммарной силы тяги относительно этой точки и найдите наибольшее возможное плечо силы тяги.

Ответ

Максимально возможная масса репки $m = \frac{63\sqrt{2}}{32} \frac{F}{g} \approx 2,78 \frac{F}{g}$.

7 Амперметры в шестиугольнике

Сопротивление каждого из резисторов в цепи, схема которой изображена на рисунке, одинаково и равно 3 Ом. Напряжение между полюсами идеального источника равно 6 В. Все амперметры идеальные, в центре шестиугольника контакта между проводами нет. Найдите показания всех амперметров.



Подсказка

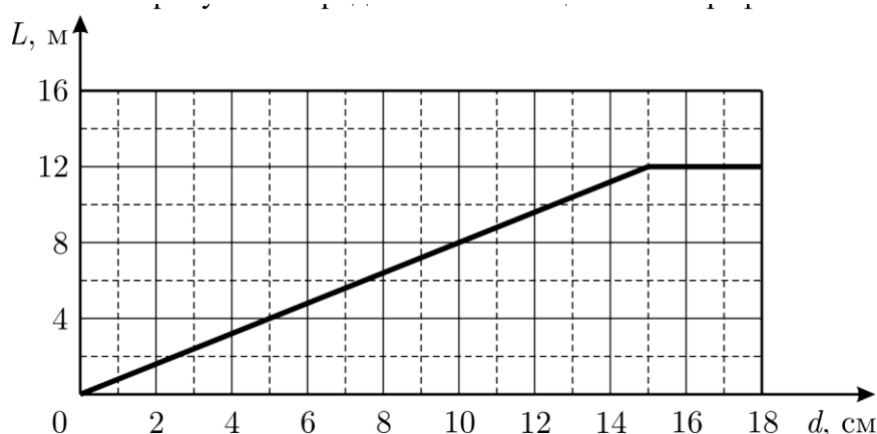
Идеальные амперметры имеют нулевое сопротивление, поэтому соединяют точки цепи в один узел. Обратите внимание на симметрию схемы и на то, какие вершины шестиугольника оказываются при этом эквипотенциальными.

Ответ

Амперметр A_1 показывает 6 А, амперметры A_2 и A_4 — по 3 А, амперметр A_3 — 0 А.

8 Тени от столбов

Гуляя по улице в солнечный день, школьник увидел ровную горизонтальную площадку, на которой стояло много вертикальных цилиндрических столбов одинаковой высоты, но разного диаметра. Школьник заметил, что столбы разного диаметра отбрасывают «полные» тени разной длины, несмотря на то, что все они имеют одинаковую высоту. Он понял: это происходит из-за того, что Солнце не является точечным источником света, а имеет угловой размер $\alpha \approx 0,5^\circ \approx 0,01$ рад. Заинтересовавшись, школьник стал измерять диаметры столбов d и длины L их теней, а затем построил график зависимости $L(d)$ — этот график показан на рисунке. Определите с помощью этого графика высоту столбов.



Подсказка

Полная тень заканчивается там, где столб «закрывает» весь диск Солнца. Выразите длину такой тени через d , α и угол φ высоты Солнца, а затем сопоставьте с наклоном и полкой графика.

Ответ

$$H = L_0 \frac{\sqrt{1 - (k\alpha)^2}}{k\alpha} = 9 \text{ м (при грубом переводе градусов в радианы) или } H \approx 12 \text{ м.}$$