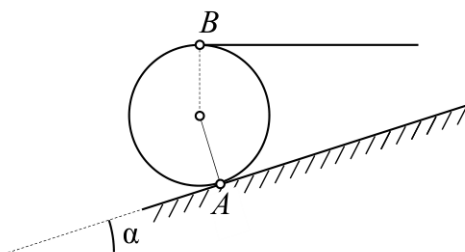


МОШ, 2018/19, отборочный этап, 11 класс

Условия, ответы и решения

1 Шар на наклонной плоскости

Однородный шар радиусом R и массой m удерживается на наклонной плоскости горизонтальной нитью, прикреплённой к нему в точке B . Найти натяжение нити T и коэффициент трения μ в точке A , если угол наклона плоскости к горизонту равен α .



Подсказка

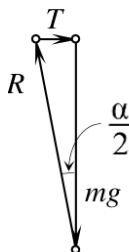
На шар действуют три силы в одной плоскости. Что можно сказать о точке пересечения их линий действия? Куда тогда направлена сила реакции опоры?

Ответ

$$\mu \geq \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}; \quad T = mg \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

Решение

Так как шар покоится под действием плоской системы трёх непараллельных сил (сила тяжести, сила реакции со стороны опоры R и сила реакции со стороны нити T), следовательно, линии действия этих сил пересекаются в одной точке. Значит, линия действия силы R должна пройти через точку пересечения T и mg , отклоняясь от нормали на угол $\alpha/2$.



Равновесие шара возможно, если угол $\alpha_{\text{тр}} \geq \alpha/2$, где $\alpha_{\text{тр}}$ — угол трения (максимальный угол, на который может отклониться от нормали вектор силы реакции). Стало быть, $\mu \geq \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$.

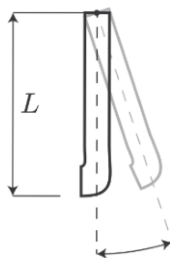
Величину T находим из силового треугольника для шара:

$$T = mg \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

Возможны решения, основанные на законах Ньютона и уравнении моментов.

2 Труба с водой

Труба длиной L вместе с водой имеет массу M . Она прикреплена к стене таким образом, что может свободно вращаться в вертикальной плоскости. Нижний конец трубы с площадью поперечного сечения S повернут на 90 градусов (см. рис.). В верхнюю часть трубы наливают воду таким образом, что из нижнего конца трубы выливается вода со скоростью v . Найдите угол, на который труба отклонится от вертикали. Плотность воды известна и равна ρ .



Подсказка

Вытекающая струя уносит импульс. С какой силой она действует на трубу? Запишите уравнение моментов относительно точки подвеса.

Ответ

$$\sin \alpha = \frac{2\rho v^2 S}{Mg}.$$

Решение

Масса воды, выходящей из трубы в единицу времени, равна

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho S v.$$

Запишем второй закон Ньютона в импульсной форме для вытекшей воды:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta(mv)}{\Delta t} = v \frac{\Delta m}{\Delta t}.$$

По третьему закону Ньютона вытекающая вода с такой же силой действует на трубу, заполненную водой.

Уравнение моментов для трубы относительно точки подвеса:

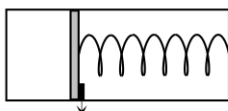
$$Mg \frac{L}{2} \sin \alpha = FL.$$

Окончательно получаем:

$$\sin \alpha = \frac{2\rho v^2 S}{Mg}.$$

3 Газ расширяется в вакуум с пружиной

В теплоизолированном цилиндре слева от поршня находится один моль идеального одноатомного газа, справа — вакуум. В начальный момент поршень закреплён и пружина недеформирована. Затем поршень отпускают, и газ занимает объём, вдвое больший первоначального. Во сколько раз изменятся температура и давление газа в новом состоянии равновесия? Теплоёмкостями поршня и цилиндра пренебречь.



Подсказка

Куда уходит энергия газа? Свяжите работу газа с энергией сжатой пружины и выразите её через конечные давление и объём.

Ответ

Температура уменьшится: $T_2/T_1 = 6/7$; давление: $p_2/p_1 = 3/7$.

Решение

Запишем первое начало термодинамики:

$$Q = \Delta U + A \implies 0 = c_V(T_2 - T_1) + \frac{kx^2}{2},$$

где $c_V = \frac{3}{2}R$, T_2 — конечная температура, T_1 — начальная температура, x — деформация пружины в конечном состоянии, k — жёсткость пружины.

Поршень в конечном состоянии находится в равновесии, следовательно, $p_2S = kx$, где p_2 — давление газа в конечном состоянии, S — площадь поршня.

Преобразуем данное уравнение:

$$p_2S = kx \Rightarrow p_2Sx = kx^2 \Rightarrow \frac{p_2\Delta V}{2} = \frac{kx^2}{2} \Rightarrow \frac{p_2V_1}{2} = \frac{kx^2}{2} \Rightarrow \frac{p_2V_2}{4} = \frac{kx^2}{2},$$

где ΔV — изменение объёма, V_1 — начальный объём газа, V_2 — конечный объём газа.

Из уравнения состояния следует:

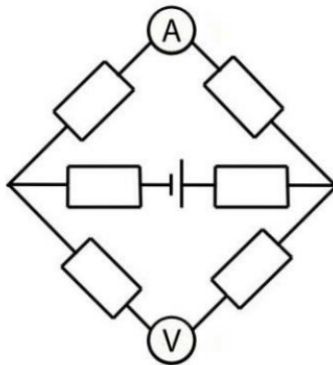
$$\frac{kx^2}{2} = \frac{p_2V_2}{4} = \frac{RT_2}{4}.$$

Следовательно,

$$0 = \frac{3}{2}R(T_2 - T_1) + \frac{RT_2}{4} \implies \frac{T_2}{T_1} = \frac{6}{7} \implies \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{V_2} \cdot \frac{V_1}{T_1} = \frac{3}{7}.$$

4 Амперметр и вольтметр в схеме

Найдите показания идеальных амперметра и вольтметра в схеме, изображённой на рисунке. Напряжение идеальной батарейки U , сопротивление каждого резистора R .



Подсказка

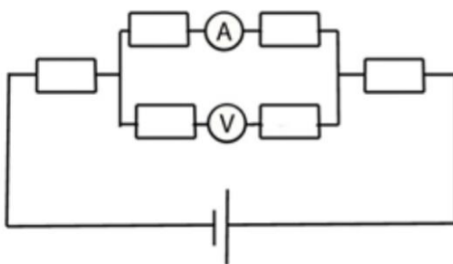
Перерисуйте схему так, чтобы было видно, как соединены ветви. Какой ток течёт через идеальный вольтметр?

Ответ

$$I_A = \frac{U}{4R}; \quad U_V = \frac{U}{2}.$$

Решение

Для наглядности можно перерисовать схему:



Ток в ветви, в которой подключён идеальный вольтметр, равен нулю. Значит, $I_A = \frac{U}{4R}$. Показание вольтметра равно:

$$U_V = I_A \cdot 2R = \frac{U}{2}.$$