

МОШ, 2018/19, отборочный этап, 7 класс

Условия, ответы и решения

1 Таракан, муравей и божья коровка

Повстречались таракан, муравей и божья коровка. Начали спорить – кто из них более тяжелый груз может поднять? Таракан похвастался, что он однажды то ли с 6-ю, то ли с 7-ю своими братьями-близнецами поднял камень массой в пол-унции. На это божья коровка возразила, что она лишь с одной своей сестрицей подняла веточку в целый золотник, а муравей рассказал, как он тащил на себе бриллиант массой чуть больше, чем 10 карат. Можно ли по этим данным определить, кто из них может больше поднять? Унция (обычная) равна 28,35 г; золотник примерно равен 4,266 г; карат равен 0,2 г

Подсказка

Переведите все массы в граммы и разделите груз таракана на число подьёмщиков. Помните, что про число братьев сказано неточно и про массу бриллианта тоже.

Ответ

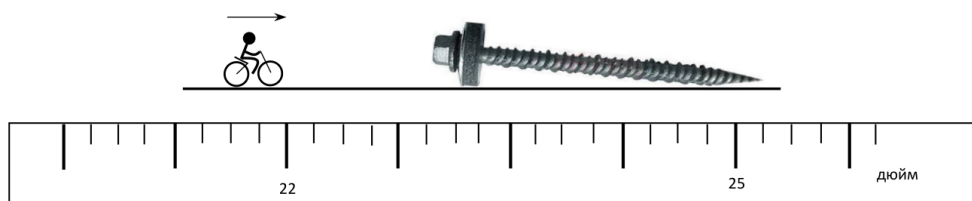
Однозначно определить нельзя: таракан зря хвастался, а больше всех может поднять либо божья коровка, либо муравей.

Решение

Таракан поднимал от $\frac{1}{2 \cdot 8}$ до $\frac{1}{2 \cdot 7}$ унции, так как всего их было 1 + 6 или 1 + 7. Т.е. от 1,77 г до 2,03 г (округлено до сотых). Божья коровка подняла примерно 2,13 г, а муравей — больше 2 г, т.е. это могло бы быть, скажем, 2,15 г или 2,08. Таким образом, таракан зря хвастался, а в паре божья коровка и муравей «первым» мог оказаться каждый. Другими словами, точность определения массы грузов, поднятых букашками, на основе данных задачи недостаточна, чтобы дать однозначный ответ. Больше всех может поднять либо божья коровка, либо муравей.

2 Фиксик на мини-велосипеде

С помощью рисунка определите, за какое время Фиксик на мини-велосипеде проедет мимо лежащего на столе самореза, если 1 дюйм = 2,54 см. Фиксик движется с постоянной скоростью 1 км/ч. Ответ получите в секундах и округлите до сотых. Можно ли считать Фиксика на велосипеде материальной точкой?



Материальная точка – тело, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь.

Подсказка

Пока велосипед не проедет мимо всего самореза, время идёт: какой путь должен пройти велосипед? Сначала найдите цену деления линейки.

Ответ

$t \approx 0,25$ с; Фиксика на велосипеде материальной точкой считать нельзя.

Решение

Из рисунка следует, что цена деления линейки $\frac{25 - 22}{4 \cdot 4} = \frac{3}{16}$ дюйма $\approx 0,48$ см. Длина самореза $12 \cdot \frac{3}{16} \cdot 2,54 = 5,715$ см. Фиксика на велосипеде считать материальной точкой нельзя, поэтому учтём их размер. Длина велосипеда $2,5 \cdot \frac{3}{16} \cdot 2,54 \approx 1,191$ см. Скорость Фиксика $1 \text{ км/ч} = 27,8 \text{ см/с}$. Отсюда получаем время:

$$t = \frac{6,906}{27,8} = 0,25 \text{ с.}$$

3 Две трубы и бочка

Если заполнять бочку из красного шланга, по которому течёт горячая вода, то она наполнится за 40 минут. Если же наполнять её синим шлангом, по которому течёт холодная вода, то бочка наполнится за 24 минуты. За какое время наберётся бочка, если воспользоваться обоими шлангами?

Подсказка

Какая доля бочки наполняется каждым шлангом за одну минуту? Что будет, если шланги работают вместе?

Ответ

15 мин.

Решение

Если объём бочки равен V , то при использовании красного и синего шлангов скорость наполнения бочки составляет $V/24 + V/40$. В данном случае размерность скорости — (единица объёма)/мин. Время заполнения бочки составит:

$$t = \frac{V}{\frac{V}{24} + \frac{V}{40}} = \frac{24 \cdot 40}{64} = 15 \text{ мин.}$$

4 Товарные и рейсовые поезда

Два товарных поезда отправляются из Москвы в Санкт-Петербург с интервалом в 20 мин и едут с одинаковыми постоянными скоростями. Из Санкт-Петербурга в Москву с интервалом в 40 мин отправляются два рейсовых поезда, которые тоже едут с одинаковой постоянной скоростью. Машинист рейсового поезда заметил, что машинисты товарных поездов проехали мимо него с разницей в 8 мин. С каким интервалом проедут мимо машиниста товарного поезда машинисты рейсовых поездов?

Подсказка

Расстояние между поездами одного направления постоянно; мимо встречного машиниста оно проходит со скоростью сближения.

Ответ

24 мин.

Решение

Пусть v_1 — скорость товарных поездов, v_2 — скорость рейсовых поездов. Тогда расстояние (вдоль железнодорожного полотна) между машинистами товарных поездов равно $s_1 = v_1 t_1$, где $t_1 = 20$ мин, а расстояние между машинистами рейсовых поездов равно $s_2 = v_2 t_2$, где $t_2 = 40$ мин. Скорость сближения товарного и рейсового поездов равна $v_1 + v_2$. Найдём соотношение между скоростями v_1 и v_2 :

$$s_1 = (v_1 + v_2)t_3 \implies 20v_1 = 8(v_1 + v_2) \implies 1,5v_1 = v_2,$$

где $t_3 = 8$ мин.

Ответ на искомый вопрос находится аналогичным образом:

$$s_2 = (v_1 + v_2)t \implies t = \frac{40v_2}{v_1 + v_2} = 24 \text{ мин.}$$