

МОШ, 2018/19, отборочный этап, 8 класс

Условия, ответы и решения

1 Моторная лодка и топливо

Моторная лодка плывёт из пункта A вверх по течению в пункт B , который находится от пункта A на расстоянии $s = 10$ км, за время $t_1 = 4$ ч. При возвращении в пункт A через $t = 24$ мин (с момента старта из пункта B) у лодки заканчивается топливо, и дальше лодку сносит течением. На обратный путь лодка суммарно затратила время $t_2 = 2$ ч. На каком расстоянии от пункта A была лодка, когда у неё закончилось топливо?

Подсказка

Запишите скорость лодки по течению и против него через скорость лодки в воде и скорость течения. Без топлива лодка движется со скоростью течения.

Ответ

$L = 6$ км.

Решение

При движении из пункта A в пункт B :

$$v - u = \frac{s}{t_1},$$

где v — скорость лодки относительно реки, u — скорость течения.

Пусть L — расстояние от пункта A , на котором была лодка, когда у неё закончилось топливо. Тогда

$$v + u = \frac{s - L}{t}, \quad u = \frac{L}{t_2 - t}.$$

Решая систему уравнений, получаем:

$$\frac{s - L}{t} - \frac{s}{t_1} = \frac{2L}{t_2 - t} \implies L = \frac{\frac{s}{t} - \frac{s}{t_1}}{\frac{1}{t} + \frac{2}{t_2 - t}} = 6 \text{ км.}$$

2 Весы с медными и кадмиевыми шариками

На чаши рычажных весов поставили два одинаковых стакана. В один стакан насыпали до краёв маленькие медные шарики, а во второй — такие же по размеру кадмиевые шарики. Когда в стакан с кадмиевыми шариками налили воду до краёв, весы пришли в равновесие, а чаши оказались на одном уровне. Найдите, какую часть от полного объёма стакана занимают шарики. Плотность воды $1,0$ г/см³, плотность меди $8,9$ г/см³, плотность кадмия $8,7$ г/см³.

Подсказка

Весы в равновесии, значит, массы содержимого стаканов равны. Объём воды — это объём стакана без объёма шариков.

Ответ

$$\alpha = V_{\text{ш}}/V = 0,83.$$

Решение

Пусть V — объём стакана, $V_{\text{ш}}$ — объём шариков в одном стакане, $m_{\text{к}}$ — масса кадмиевых шариков, $m_{\text{м}}$ — масса медных шариков, $m_{\text{в}}$ — масса воды. Тогда

$$m_{\text{к}} = \rho_{\text{к}} V_{\text{ш}}, \quad m_{\text{м}} = \rho_{\text{м}} V_{\text{ш}}, \quad m_{\text{в}} = \rho_{\text{в}} (V - V_{\text{ш}}).$$

В итоге массы содержимого стаканов равны:

$$m_{\text{м}} = m_{\text{к}} + m_{\text{в}} \implies \rho_{\text{м}} V_{\text{ш}} = \rho_{\text{к}} V_{\text{ш}} + \rho_{\text{в}} (V - V_{\text{ш}}).$$

Из последнего уравнения находим:

$$\alpha = \frac{V_{\text{ш}}}{V} = \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{м}} + \rho_{\text{в}} - \rho_{\text{к}}} = 0,83.$$

3 Кран поднимает груз

При подъёме груза кран работал в два этапа. Сначала он совершил четверть всей работы, развивая некоторую мощность N_1 , а затем оставшуюся работу совершил, развивая мощность $N_2 = 2000$ Вт. Оказалось, что средняя мощность подъёмного крана за время совершения всей работы равна $N = 1600$ Вт. Найдите мощность N_1 .

Подсказка

Выразите время каждого этапа через работу и мощность, затем средняя мощность — это вся работа, делённая на всё время.

Ответ

$$N_1 = 1000 \text{ Вт}.$$

Решение

Пусть t — время, за которое совершена вся работа. Тогда полная работа крана равна $A = Nt$. На первом этапе работы:

$$N_1 t_1 = 0,25 N t \implies t_1 = \frac{N t}{4 N_1}.$$

На втором этапе:

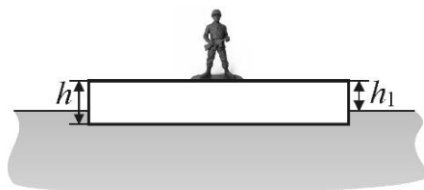
$$N_2 t_2 = 0,75 N t \implies t_2 = \frac{3 N t}{4 N_2}.$$

Средняя мощность равна:

$$N = \frac{N t}{t_1 + t_2} = \frac{N t}{\frac{N t}{4 N_1} + \frac{3 N t}{4 N_2}} \implies N = \frac{4 N_1 N_2}{3 N_1 + N_2} \implies N_1 = \frac{N N_2}{4 N_2 - 3 N} = 1000 \text{ Вт}.$$

4 Проверка закона Архимеда на пенопласте

Ученик 8-го класса решил экспериментально проверить закон Архимеда, который он изучил раньше, когда учился в седьмом классе. Он взял прямоугольный лист пенопласта толщиной $h = 11$ см и положил его на поверхность воды. Затем ученик поставил на пенопласт оловянного солдатика и измерил высоту верхней грани листа над поверхностью воды, которая оказалась равной $h_1 = 8$ см. Когда ученик поставил на пенопласт второго такого же солдатика, высота верхней грани листа над поверхностью воды стала равной $h_2 = 7$ см. Найдите по результатам этого опыта отношение n массы пенопласта к массе солдатика.



Подсказка

Запишите условие плавания листа с одним и с двумя солдатиками: вес равен силе Архимеда, а глубина погружения равна h минус высота над водой. Вычтите одно уравнение из другого.

Ответ

$n = 2$.

Решение

Обозначим через M массу пенопласта, через m — массу солдатика, а через S — площадь листа пенопласта. Условия плавания пенопласта с одним и двумя солдатиками имеют вид соответственно

$$(M + m)g = \rho_0 S(h - h_1)g, \quad (M + 2m)g = \rho_0 S(h - h_2)g.$$

Здесь ρ_0 — плотность воды. Отсюда находим, что

$$m = \rho_0 S(h_1 - h_2), \quad M = \rho_0 S(h - 2h_1 + h_2).$$

Следовательно,

$$n = \frac{M}{m} = \frac{h - 2h_1 + h_2}{h_1 - h_2}.$$

Подставляя числа, получаем значение $n = 2$.