

МОШ, 2018/19, заключительный этап, 10 класс

Условия, ответы и решения

1 Механизм

На рис. 1 изображена схема кривошипно-шатунного механизма паровой машины с качающимся цилиндром. Кривошип OA длиной r вращается с угловой скоростью ω вокруг точки O . В точке A кривошип шарнирно соединен со стержнем AC , продетым сквозь муфту, закрепленную на шарнире B , так что муфта может свободно вращаться вокруг точки B . $OB = a$, $AC > a + r$.

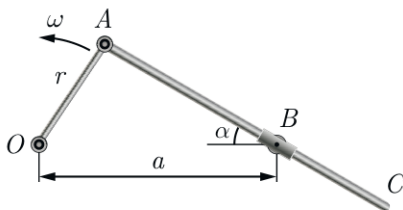


Рис. 1

1. Чему равен угол α в тот момент, когда угловая скорость муфты минимальна?
2. Определите максимальную угловую скорость муфты.

Подсказка

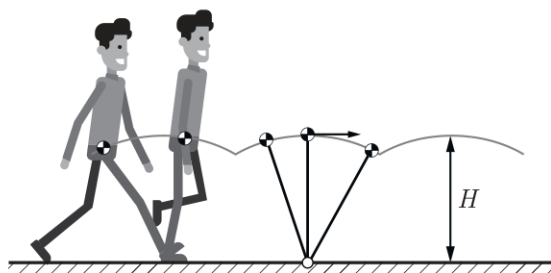
Угловая скорость муфты равна угловой скорости стержня. Разложите скорость точки A на составляющие вдоль стержня и поперёк него: вращает стержень только поперечная составляющая.

Ответ

$$1) \sin \alpha = \frac{r}{a}; \quad 2) \Omega_{\max} = \omega \cdot \frac{r}{a - r}.$$

2 Ходьба на Земле и на Марсе

В простейшей физической модели пешей ходьбы считается, что центр масс человека движется по периодической кривой, повторяющийся участок которой представляет собой дугу окружности с радиусом, равным длине ноги человека H . Определите в рамках этой модели отношение максимальных скоростей ходьбы на Земле и на Марсе, а также отношение мощностей, затрачиваемых при ходьбе с максимально возможной скоростью на этих планетах. Масса Марса составляет 0,11 массы Земли, радиус Марса равен 0,53 радиуса Земли. По поверхности Марса человек перемещается в скафандре, масса которого составляет примерно треть массы человека. Траектории центра масс человека на Земле и человека в скафандре на Марсе считайте одинаковыми. Учтите, что при ходьбе необходим постоянный контакт хотя бы одной ноги с поверхностью планеты.



Подсказка

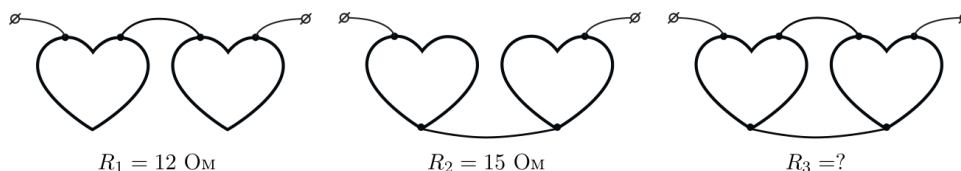
В верхней точке дуги нужна центростремительная сила, а её создаёт только сила тяжести, и опора не должна пропасть. Отсюда ограничение на скорость; мощность же идёт на подъём центра масс на каждом шаге.

Ответ

$$1) \frac{u_{3.\max}}{u_{M.\max}} = \sqrt{\frac{g_3}{g_M}} \approx 1,6; \quad 2) \frac{P_{3.\max}}{P_{M.\max}} = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{g_3}{g_M}\right)^{3/2} \approx 3,1.$$

3 К дню святого Валентина

Из одинаковых проволочных фигур-сердечек, показанных на рисунке ниже (каждое сердечко имеет ось симметрии) собрали три электрические цепи. Сопротивление первой цепи между выводами $R_1 = 12$ Ом, сопротивление второй — $R_2 = 15$ Ом. Найдите сопротивление R_3 третьей цепи. Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.



Подсказка

Из-за оси симметрии у сердечка всего два разных сопротивления. Выразите через них R_1 и R_2 , найдите их, затем посчитайте третью цепь. Можно также заменить каждое сердечко-«треугольник» эквивалентной «звездой».

Ответ

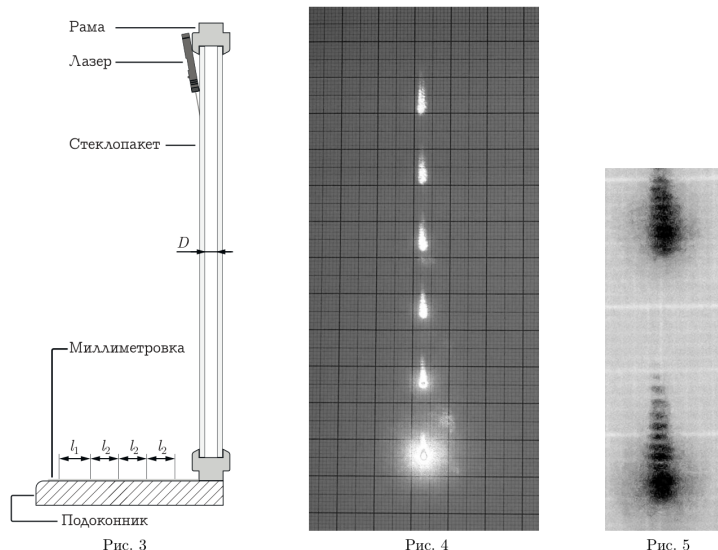
$$R_3 = 9,6 \text{ Ом}.$$

4 Измерение стеклопакета

Используя мощную лазерную указку, осуществляют эксперимент, схема которого показана на рис. 3. На стекло одинарного стеклопакета (состоит из двух параллельно расположенных стёкол толщиной 3 – 5 мм) направляют лазерный луч сверху вниз под малым углом (порядка 0,1 рад) к поверхности стекла. При этом на масштабной-координатной бумаге (миллиметровке), которая лежит на подоконнике, наблюдают систему ярких пятен (см. рис. 4). Известно, что расстояние между первым (самым ярким) и вторым пятнами равно $l_1 = 20 \pm 2$ мм, а между

следующими соседними $l_2 = 19 \pm 2$ мм. Эти расстояния определяются по положению самой яркой области пятна. На рис. 5 показан сильно увеличенный фрагмент фотографии с рис 4, инвертированный (чёрное заменено на белое и наоборот) для удобства восприятия. Найдите по данным эксперимента расстояние D между внутренними поверхностями стёкол. Оцените погрешность полученного результата.

Возможно, при анализе эксперимента вам потребуется значение показателя преломления для стекла. Для разных марок стекла показатель преломления лежит в пределах от 1,4 до 1,7.



Подсказка

Подумайте, какие лучи формируют самые яркие пятна: те, что отразились от ближайшей поверхности, или те, что ходили между внутренними поверхностями стёкол. Сравните с расстоянием между пятнами.

Ответ

$D = 9,5 \pm 1,0$ мм.

5 Лягушки на стенах и потолке

Некоторые виды лягушек способны ползать по стенам и потолку при помощи специальных присосок на лапках. Эти присоски обеспечивают силу «прилипания» F , перпендикулярную поверхности. Пусть такая лягушка массой $m = 5$ г может обеспечить силу «прилипания» не больше F_0 . Чему должно быть равно значение F_0 , чтобы при любом угле наклона стенки лягушка могла бы располагаться на ней неподвижно, если коэффициент трения лап о стенку равен $\mu = 0,5$?

Подсказка

Сила реакции стенки (нормальная плюс трение) не может отклоняться от нормали больше, чем на угол трения. Нарисуйте силовой треугольник из силы тяжести, силы реакции и силы прилипания.

Ответ

$$F_0 = mg \frac{\sqrt{\mu^2 + 1}}{\mu} \approx 0,11 \text{ Н.}$$

6 В момент срыва

При восхождениях на скальные стены один конец веревки привязывается к страховочной системе, которую надевает на себя идущий первым альпинист (лидер), оставшаяся часть верёвки находится у страхующего. В процессе подъёма лидер «прощёлкивает» тянущуюся за ним верёвку через карабины (металлические кольца с защёлкой), прикреплённые к стене в точках страховки (т. B на рис. 1). В случае срыва лидера страхующий, располагающийся в т. A (на рисунке не изображён), блокирует верёвку с помощью страховочного устройства. Фактором рывка r называется отношение глубины свободного падения лидера (пока верёвка не начнёт растягиваться) к длине верёвки между страхующим и лидером на момент срыва, например, $r = \frac{2h}{H + h}$ для схемы на рис. 1. Пусть между лидером и страхующим одна точка страховки (как на рис. 1), или вообще нет точек страховки ($H = 0$). Расположение лидера и точки страховки может быть любым, но величина $h + H$ должна быть меньше длины верёвки (≈ 50 м). Альпинисты находятся высоко над землёй, так что лидер при срыве может упасть ниже страхующего. Трением между верёвкой и карабином пренебрегаем.

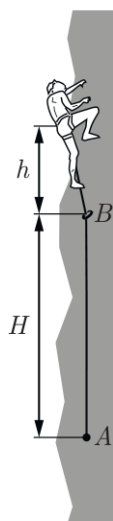


Рис. 1

1. Найдите максимальное и минимальное возможное значение фактора рывка r .
2. Относительное растяжение некоторой верёвки, на которую подвешен груз массой $m = 80$ кг составляет 5 %. Считая, что данная верёвка подчиняется закону Гука, определите максимально возможное относительное растяжение верёвки при срыве альпиниста массой m .
3. На самом деле при больших растяжениях верёвка не подчиняется закону Гука. При модельном срыве в лаборатории груза массой m с фактором $r_1 = 1,5$ максимальное относительное растяжение составило 40 %. Пусть $W_{\text{эксп}}$ — максимальная энергия деформации верёвки, рассчитанная на основе теста, а $W_{\text{теор}}$ — энергия деформации, рассчитанная на основе закона Гука при том же относительном растяжении. Какая энергия больше и во сколько раз?

Подсказка

Падение лидера на глубину свободного падения плюс растяжение верёвки превращает потенциальную энергию в энергию деформации. Запишите закон сохранения энергии и выразите через фактор рывка.

Ответ

1) $r_{\max} = 2$, $r_{\min} = 0$; 2) $x/h = 0,5 = 50\%$; 3) $W_{\text{эксп}}/W_{\text{теор}} \approx 1,19$.

7 Стабилизатор на термисторе

Идеализированная зависимость напряжения от силы тока для нелинейного элемента Z схематично показана на рис. 2. На основе этого элемента и резисторов R_1 и r по схеме, показанной на рис. 3, может быть собрано устройство (*стабилизатор напряжения*), обеспечивающее неизменное напряжение U_0 на нагрузке (резистор $R = 300$ Ом), при различных значениях напряжения на входе (между точками A и B). При этом напряжение U_{AB} должно лежать в некотором диапазоне напряжений $U_1 - \Delta U \leq U_{AB} \leq U_1 + \Delta U$, в противном случае устройство перестаёт выполнять свою функцию стабилизации напряжения.

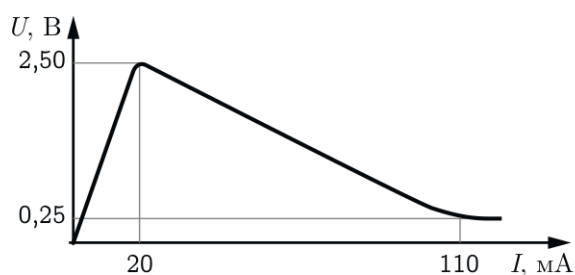


Рис. 2

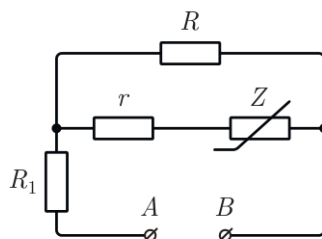


Рис. 3

1. Чему равны напряжение U_0 и сопротивление резистора r в данной схеме?
2. Найдите сопротивление резистора R_1 , при котором полуширина диапазона входных напряжений ΔU будет максимально возможной при напряжении середины диапазона, равном $U_1 = 6$ В.

Подсказка

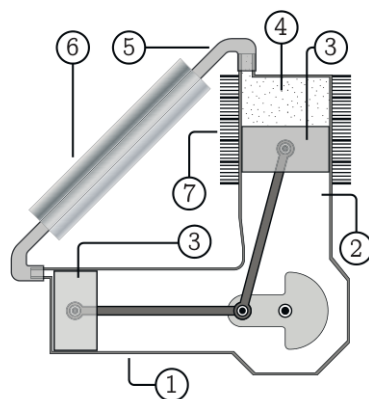
Стабилизация там, где у ветви $r + Z$ напряжение не зависит от тока: падающий участок характеристики Z должен точно компенсироваться ростом напряжения на r .

Ответ

1) $U_0 = 3 \text{ В}$, $r = 25 \text{ Ом}$; 2) $R_1 = 40 \text{ Ом}$.

8 Двигатель Стирлинга

В задаче рассматривается термодинамическая модель двигателя Стирлинга, схематично изображенного на рис. 4. Поршни 3 совершают возвратно-поступательное движение, преобразующееся во вращательное движение с помощью кривошипно-шатунных передач. Рабочий цилиндр 1 нагревают горелкой. В рамках модели считается, что его температура поддерживается постоянной (обозначим её T). На вытеснительном цилиндре 2 закреплён радиатор 7 для улучшения теплообмена, температура в цилиндре считается равной комнатной температуре T_0 . Рабочее тело 4 (воздух) перекачивается из рабочего цилиндра в вытеснительный и обратно по трубке 5. Устройство 6 — это специальный теплообменник. При перетекании воздуха из рабочего цилиндра в вытеснительный в этом теплообменнике аккумулируется количество теплоты, неизрасходованное рабочим телом на совершение работы в рабочем цилиндре. Затем эта теплота полностью возвращается воздуху при его обратном течении из вытеснительного цилиндра в рабочий. Поэтому можно считать, что всё количество теплоты, полученное рабочим телом от нагревателя, расходуется на совершение работы в рабочем цилиндре. Максимальный объём воздуха в рабочем цилиндре обозначим V_{01} , а в вытеснительном — V_{02} . Объёмом трубки можно пренебречь.



В результате компьютерных расчётов были получены диаграммы зависимости относительного давления от относительного объёма: для рабочего цилиндра — чёрная линия, для вытеснительного — серая линия. При этом цикл для рабочего цилиндра обходится по часовой стрелке, а для вытеснительного — против часовой, $V_{02} = 1,25 \cdot V_{01}$.

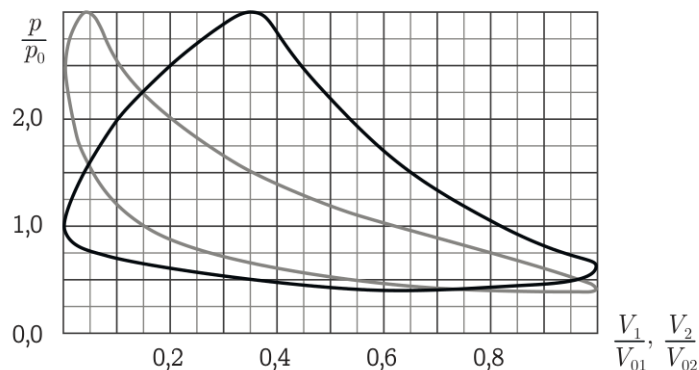


Рис. 5

1. Определите числовое значение отношения температур T и T_0 .
2. Какая часть общей массы воздуха находится в рабочем цилиндре при давлении $3p_0$?
3. Найдите значение КПД двигателя в рамках данной модели.

Подсказка

Масса воздуха в системе постоянна, а давление в обоих цилиндрах одинаково. Запишите уравнение состояния для каждого цилиндра в одной и той же точке цикла и учтите разные масштабы объёмов; работа за цикл пропорциональна площади.

Ответ

1) $T/T_0 = 1,45 \pm 0,1$; 2) $m_1/m = 0,83 \pm 0,04$; 3) $\eta = 35 \% \pm 5 \%$.

9 Зеркальная комната

На рис. 6 (вид сверху) чёрными линиями показаны зеркала (стены комнаты), по краям которых стоят колонны (обозначены римскими цифрами). Точка S — положение наблюдателя. Арабскими цифрами обозначены некоторые теоретически возможные изображения колонн в зеркалах. Укажите номера изображений, которые может видеть наблюдатель. Для каждого выбранного вами изображения назовите колонну, являющуюся его источником. Объясните ваш ответ. Для построений используйте сетку на листе 3.

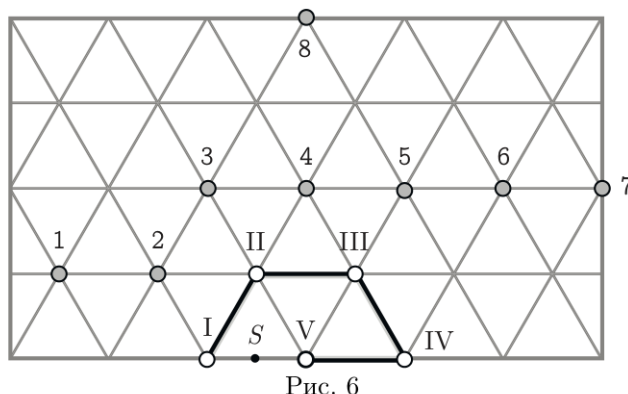


Рис. 6

Подсказка

Изображение видно, если отрезок от S до изображения пересекает именно те зеркала, в которых происходили отражения, в правильном порядке и в пределах зеркал. Для каждого изображения проследите цепочку отражений.

Ответ

В точках 1, 7 и 8 наблюдатель изображений колонн видеть не может. 2 — изображение колонны V, 3 — изображение колонны III, 4 — изображение колонны V, 5 — изображение колонны IV, 6 — изображение колонны I.

Источник: Московская олимпиада школьников по физике, 2018/19, заключительный этап, 10 класс — условия (1), условия (2), решения (1), решения (2). Задачи перенабраны на botay.pro, решения — по официальным.