

МОШ, 2018/19, заключительный этап, 7 класс

Условия и ответы

1 Нильс на веточке

Рост Нильса Хольгерссона после заклѣтия гнома уменьшился в 10 раз. Пропорции тела остались прежними. Когда он был большим, то сил рук еле-еле хватало, чтобы подтянуться на турнике. Какой груз может маленький Нильс вместе с собой поднять, подтягиваясь на руках на горизонтальной веточке дерева? Масса большого Нильса 30 кг.

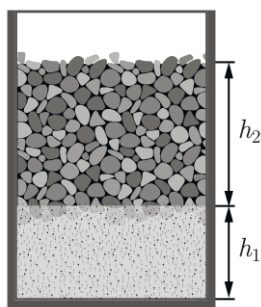
Подсказка. Сила мышц пропорциональна площади их поперечного сечения.

Ответ

270 г.

2 «Жидкий песок»

Если сосуд с песком подвергнуть вибрации (потрясти), то можно наблюдать интересное явление — песок становится похож на жидкость. Тела, плотность которых достаточно велика, тонут в этом «жидком песке», а тела с небольшой плотностью (например, деревянные) наоборот всплывают на поверхность, даже если изначально они были на дне сосуда. Так происходит потому, что при встряхивании уменьшаются силы трения между песчинками. Рассмотрим опыт. На дне цилиндрического сосуда находится песок (см. рис.). Поверх песка насыпана галька. Сосуд подвергают вибрации, и песок становится «жидким». Галька постепенно опускается на дно сосуда, а песок заполняет все пустоты между её камнями. Чему станет равен уровень содержимого в сосуде после оседания гальки, если изначально уровень песка был равен $h_1 = 0,6$ м, а уровень гальки $h_2 = 1$ м? Плотность камней гальки равна $\rho_0 = 2600$ кг/м³, а её насыпная плотность — $\rho_1 = 1500$ кг/м³.



Ответ

1,18 м (то есть $1 \frac{23}{130}$ м).

3 Ориентирование

Школьник участвует в соревнованиях по спортивному ориентированию. Он решил передвигаться по наикратчайшим путям от одного контрольного пункта (КП) к другому. На рис. 1 изображен фрагмент карты, на которой светлая область — луг, удобный для бега, темная область — лес, точки — КП. Скорость передвижения школьника по лугу $v_1 = 12$ км/ч, а по лесу — $v_2 = 9$ км/ч. КП проходятся в порядке возрастания номера.

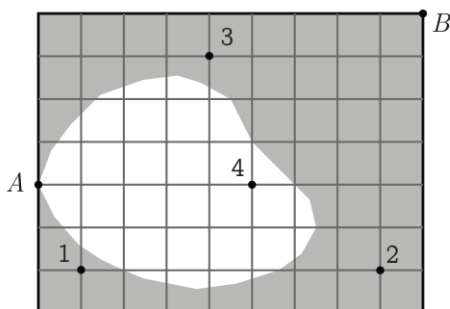


Рис. 1

1. Определите среднюю скорость школьника u_4 при движении от первого КП до четвёртого, если по лугу он двигался в течение времени $t_1 = 20$ мин, а по лесу в течение времени $t_2 = 40$ мин.
2. При различных положениях пятого КП средняя скорость движения u_5 (от первого до пятого КП) может принимать различные значения. На карте (рис. 1) укажите такое расположение пятого КП, что скорость u_5 будет наибольшей. А при каком расположении пятого КП u_5 будет наименьшей? Объясните ваш ответ.

Ответ

1) $u_4 = 10$ км/ч; 2) наибольшая скорость u_5 при расположении пятого КП в точке A, наименьшая — в точке B (см. рис.).

4 Не очень точные весы

Имеется три экземпляра пружинных весов и эталонные грузы массой 100 г. На каждые весы выкладывают от одного до шести грузов и показания заносят в таблицу. На основании результатов измерений укажите номер весов, по показаниям которых можно находить массу тел в диапазоне от 100 г до 500 г наиболее точно. Ответ объясните.

№ весов	1 груз	2 груза	3 груза	4 груза	5 грузов	6 грузов
1	97	199	303	409	514	616
2	102	200	296	392	487	582
3	107	206	307	407	507	608

Ответ

Наиболее точно массу можно находить по показаниям третьих весов: у них «сбит» ноль на 7 г, а погрешность измерения составляет 1 г.

5 О пробке

Поток автомашин движется по четырёхполосной магистрали. При этом средняя скорость автомобиля равна 60 км/ч. Средняя длина автомобиля 4 метра. Вблизи места дорожно-транспортного происшествия количество полос, доступных для движения, уменьшается до двух, а скорость автомашин уменьшается до 6 км/ч. На рис. 1 приведена схема, изображенная без соблюдения масштаба. Если среднее расстояние между автомобилями при движении по магистрали x небольшое, то перед ДТП образуется пробка — область, в которой машины движутся вплотную друг к другу с маленькой скоростью.

1. При каком среднем расстоянии x между автомобилями при их движении по магистрали произошедшее ДТП не приведёт к возникновению протяжённой пробки?
2. За полтора километра до ДТП на трассе располагается перекрёсток со светофором. За какое время после возникновения ДТП необходимо ликвидировать его последствия для дорожного движения, чтобы это не привело к затору на перекрёстке, если $x = 16$ м?

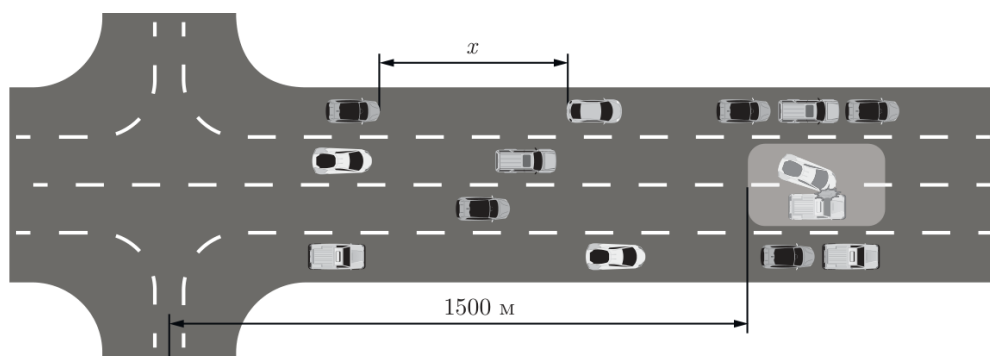


Рис. 1

Ответ

- 1) $x > 76$ м; 2) $t < 10$ мин.

6 Василий и бетон

Василию нужно залить фундамент дачного дома, для чего ему необходимо $9,4 \text{ м}^3$ бетона, при этом бюджет Василия ограничен суммой 50 000 рублей. Известно, что для получения бетона необходимо смешать цемент с песком и щебнем, при этом, чем больше объемная доля цемента в смеси, тем качественнее получается бетон, и тем больше значение марки бетона.

В магазине Василий узнал, что цена цемента составляет 180 руб за 50 кг, цена песка составляет 102 руб за 50 кг, цена щебня составляет 130 руб за 40 кг, а соотношения объемов материалов для разных марок бетона указаны в таблице ниже.

Марка бетона	$V_{\text{цемента}} : V_{\text{песка}} : V_{\text{щебня}}$	Цена бетона (руб за кубометр)
M200	1,0 : 3,2 : 4,9	
M250	1,0 : 2,4 : 3,9	
M300	1,0 : 2,2 : 3,7	
M400		5 385

К сожалению, часть данных в таблице была утеряна.

1. Помогите Василию заполнить пустые ячейки в таблице. Известно, что объем песка в марке бетона М400 в два раза меньше объема щебня.
2. Определите, какую наилучшую марку бетона может позволить себе Василий. Плотность цемента составляет $\rho_{\text{цем}} = 1200 \text{ кг/м}^3$, плотность песка — $\rho_{\text{пес}} = 1600 \text{ кг/м}^3$, плотность щебня — $\rho_{\text{щеб}} = 2100 \text{ кг/м}^3$.

Ответ

1) М200: 1,0 : 3,2 : 4,9, цена 5 298 руб/м³; М250: 1,0 : 2,4 : 3,9, цена 5 311 руб/м³; М300: 1,0 : 2,2 : 3,7, цена 5 327 руб/м³; М400: 1,0 : 1,4 : 2,8, цена 5 385 руб/м³. 2) наилучшая возможная марка — М250.

7 Пешком до кафе

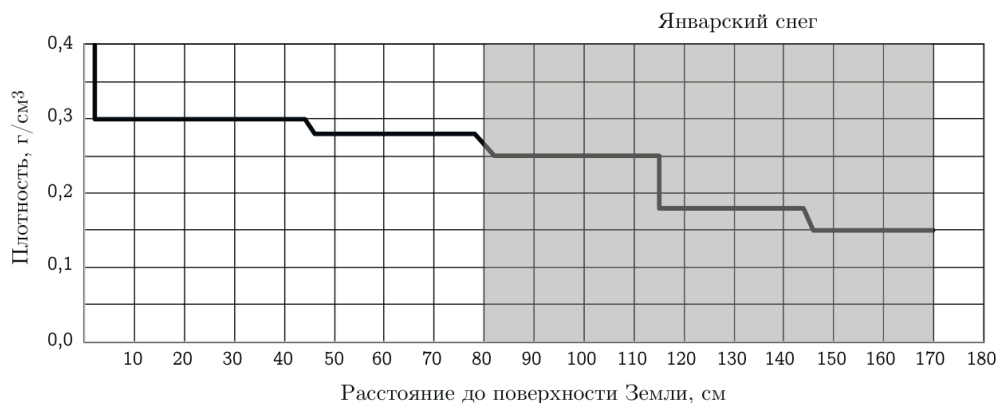
Утром после крепкого сна Крокодил Гена и Чебурашка отправились каждый из своего дома в кафе позавтракать. Шли друзья навстречу друг другу с постоянными скоростями по прямой дороге. Каково же было их удивление, когда они встретились у входа в кафе. Оказалось, что за 5 минут до встречи расстояние между ними равнялось 1200 м, за 10 минут до встречи — 2025 м, за 15 минут — 2475 м и за 20 минут — 2655 м. Найдите расстояние между домами, в которых живут Гена и Чебурашка. С какими скоростями они шли?

Ответ

Расстояние между домами равно 2 655 м; скорости друзей равны 2,5 м/с и 1,5 м/с.

8 Плотность снега в Красной Поляне

В конце января 2017 года учёные географического факультета МГУ проводили снегомерные работы в Красной Поляне, в долине реки Лаура. В результате измерений был получен график зависимости плотности снега в г/см³ от расстояния до поверхности Земли в сантиметрах. Непосредственно к грунту примыкала ледяная корка толщиной 2 см и плотностью 0,85 г/см³ (соответствующие точки на график не попали). Верхний слой (от 145 см до 170 см) состоял из свежевыпавшего снега плотностью 0,15 г/см³.



1. Определите среднюю плотность снежного покрова.
2. Среднемесячная норма осадков для января в Красной Поляне составляет 206 мм. Если слой январского снега начинается с 80 см от поверхности Земли, то какая часть средне-январской нормы выпала в январе 2017 года? Считайте, что выпавший снег не таял и его не сдувало.

Указание. 1 мм выпавших осадков соответствует массе столба воды с площадью основания 1 м^2 и высотой 1 мм. Плотность воды равна 1000 кг/м^3 .

Ответ

1) $(0,250 \pm 0,025) \text{ г/см}^3$; 2) $87 \pm 4 \%$.