

МОШ, 2018/19, заключительный этап, 8 класс

Условия и ответы

1 Не очень сухие дрова

Удельная теплота сгорания сухих дров (берёзовых или сосновых) равна $q_0 = 15$ МДж/кг. Если дрова не сухие, а влажные (содержат воду), то для них различают высшую и низшую теплоту сгорания. Высшая теплота сгорания — это полная энергия, выделяющаяся в химических реакциях горения при сжигании 1 кг топлива. Низшая теплота сгорания получается, если из высшей теплоты сгорания вычесть теплоту, необходимую для нагревания и испарения содержащейся в дровах воды (а также некоторые другие тепловые потери, которыми в данной задаче можно пренебречь).

Имеются дрова, влажность которых равна $\eta = 30\%$, а температура $t_0 = 10^\circ\text{C}$. Влажность — это массовая доля воды в дровах, выраженная в процентах. Вычислите высшую q_1 и низшую q_2 теплоту сгорания таких дров. Удельная теплоёмкость и удельная теплота парообразования воды равны $c = 4200$ Дж/(кг·°C) и $L = 2,26$ МДж/кг. Влиянием влажности на протекание химических реакций пренебречь.

Ответ

$q_1 = 10,5$ МДж/кг; $q_2 = 9,7$ МДж/кг.

2 Не очень точные весы

Имеется три экземпляра пружинных весов и одинаковые грузы неизвестной массы. На каждые весы выкладывают от одного до шести грузов и показания заносят в таблицу. На основании результатов измерений укажите номер весов, по показаниям которых можно находить массу тел в диапазоне от 100 г до 400 г наиболее точно. Ответ объясните.

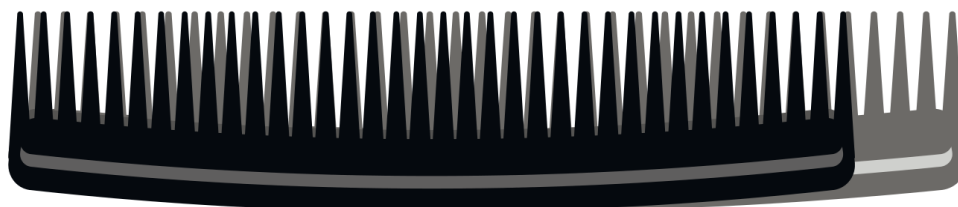
№ весов	1 груз	2 груза	3 груза	4 груза	5 грузов	6 грузов
1	97	199	303	409	515	619
2	102	200	294	390	482	575
3	107	206	307	407	507	606

Ответ

Наиболее точно можно находить массы, используя весы №3. Вычитая из показаний весов 7 г, получаем массу с погрешностью 1 г. Другие весы дают большую погрешность.

3 Муар

Две расчески расположены друг за другом, как показано на рисунке. Верхняя расческа движется со скоростью 1 см/с влево, а нижняя удерживается на месте. С какой скоростью движутся тёмные треугольные области?



Ответ

Скорость движения тёмных треугольных областей муарового узора равна 10 ± 1 см/с.

4 Улетающий лёд

В цилиндрическую кастрюлю, радиус основания которой равен $R = 10$ см, налита вода и опущен кусок льда массой $m = 400$ г. В этот кусок заморожена нитка, привязанная к воздушному шарик объёмом $V = 8$ л, заполненному гелием. При этом уровень воды в кастрюле равен $h = 30$ см. Кусок льда постепенно тает. В некоторый момент кусок льда уменьшается настолько, что воздушный шарик поднимает его над поверхностью воды. После этого шарик и лёд улетают. Чему в результате станет равен уровень воды в кастрюле? Плотность воды равна $\rho_1 = 1000$ кг/м³, льда — $\rho_2 = 900$ кг/м³, воздуха — $\rho_3 = 1,25$ кг/м³, гелия — $\rho_4 = 0,18$ кг/м³, массой оболочки шарика можно пренебречь. Считайте, что масса капель воды, образовавшихся при таянии льда и упавших в кастрюлю после отрыва льда от поверхности воды, пренебрежимо мала. Некоторые числовые данные не являются необходимыми для решения, но их можно использовать, если так вам будет проще.

Ответ

Уровень воды в сосуде будет таким же, как в начальный момент времени.

5 Минимальная средняя скорость

Между городами А и В действует автобусный маршрут, длина которого $S = 180$ км. Движение автобуса по этому маршруту не равномерное: из-за различных дорожных условий скорость автобуса часто меняется. В момент отправления пассажир Петров засекает на своих часах время и каждые 10 минут вычисляет среднюю скорость автобуса за эти 10 минут. Для этого он узнаёт путь, пройденный автобусом, с помощью GPS-навигатора. Автобус доехал из А до В за 3 часа. За это время Петров получил 18 значений средней скорости: $v_1, v_2, v_3, \dots, v_{18}$.

1. Известно, что ни одно из значений $v_1, v_2, \dots, v_{18}$ не превышает 63 км/ч. Чему может быть равно наименьшее из этих значений (в каких пределах оно может лежать)?
2. Ответьте на вопрос п. 1), если ни одно из измеренных значений средней скорости $v_1, v_2, \dots, v_{18}$ не превышает 64 км/ч.

Ответ

1) $9 \text{ км/ч} < v < 60 \text{ км/ч}$; 2) $0 \text{ км/ч} < v < 60 \text{ км/ч}$.

6 Таяние снега

Снежный покров состоит из верхнего слоя свежеснежавшегося снега толщиной $H_1 = 20 \text{ см}$ и нижнего слоя старого слежавшегося снега толщиной $H_2 = 10 \text{ см}$. В две одинаковые цилиндрические мензурки с внутренним диаметром $d_0 = 5 \text{ см}$ и высотой $h_0 = 7 \text{ см}$ были помещены образцы снега из каждого слоя, при этом снег в каждую мензурку засыпался доверху, но не утрамбовывался, снег из разных слоёв набирался в разные мензурки. После этого мензурки размещали на столе в отапливаемом помещении. На рис. 1 приведена фотография, полученная в процессе эксперимента. Наблюдения показывают, что с течением времени снежный цилиндр уменьшается в размерах, но сохраняет свою форму. Высота нижней тёмной части снежного цилиндра со временем растёт. Слой воды заметной толщины появляется на дне мензурки после того, как весь снег становится тёмным. В мензурке со свежим снегом к моменту появления воды на дне диаметр цилиндра из снега оказывается равен $d_1 = 3 \text{ см}$, а высота — $h_1 = 4 \text{ см}$. На дне мензурки со слежавшимся снегом вода появляется, когда диаметр цилиндра из снега становится равен $d_2 = 4 \text{ см}$, а высота — $h_2 = 5 \text{ см}$.



Рис. 1

Можно считать, что снег состоит из кристалликов льда и пустот между ними, внутренняя структура снега при таянии не меняется. Пористостью снега α называют отношение объема пустот ко всему объему снега: $\alpha = \frac{V_{\text{п}}}{V_0}$.

1. Определите пористости свежего и слежавшегося снега, считая что снег тает только на внешней поверхности цилиндров.
2. На улице резко потеплело. Снег стал таять. Оцените высоту снежного покрова в тот момент, когда из-под него потекут ручьи. Можно считать, что таяние происходит при условиях, похожих на условия из п. 1), но снег тает только на верхней поверхности слоя.

Плотность льда равна $\rho_{\text{л}} = 900 \text{ кг/м}^3$, плотность воды равна $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$.

Ответ

$$1) \alpha_1 = \frac{\rho_{\text{л}}(d_0^2 h_0 - d_1^2 h_1)}{(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}) d_1^2 h_1 + \rho_{\text{л}} d_0^2 h_0} \approx 0,78, \quad \alpha_2 = \frac{\rho_{\text{л}}(d_0^2 h_0 - d_2^2 h_2)}{(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}) d_2^2 h_2 + \rho_{\text{л}} d_0^2 h_0} \approx 0,52;$$

$$2) H_{\text{нераст.сн.}} = H_2 - \frac{\rho_{\text{в}} \alpha_2 H_2 - \rho_{\text{л}}(1 - \alpha_1) H_1}{\rho_{\text{л}}(1 - \alpha_2) + \rho_{\text{в}} \alpha_2} \approx 8,7 \text{ см.}$$

7 Самодельный ареометр

Ареометр — прибор для измерения плотности жидкостей, принцип работы которого основан на законе Архимеда. Обычно он представляет собой трубку, в нижней части которой помещён груз (см. рис. 2). Верхняя часть ареометра — цилиндр, на который нанесена шкала, проградуированная в значениях плотности. Считается, что ареометр изобрела Гипатия Александрийская — знаменитая женщина-учёный древности. Рассмотрим конструкцию самодельного ареометра для измерения плотности молока (лактометра). Плотность молока варьируется в пределах от минимального значения $\rho_1 = 1015 \text{ кг/м}^3$ до максимального $\rho_2 = 1040 \text{ кг/м}^3$. Разность максимального и минимального значения много меньше среднего значения, благодаря чему шкала такого лактометра линейна. Для изготовления лактометра взяли твёрдую цилиндрическую пластиковую трубку с внешним диаметром $d = 16 \text{ мм}$, внутрь которой снизу поместили груз и закрыли нижний конец заглушкой. Снаружи вся конструкция выглядит как цилиндр, а её общая масса равна $m = 40 \text{ г}$. На расстоянии $h_0 = 20 \text{ см}$ от нижнего конца трубки нанесли первое деление, которое соответствовало некоторой плотности ρ_0 , немного меньшей ρ_1 . Вниз от первого деления стали наносить другие деления, расстояние между которыми было равно $\Delta h = 1 \text{ мм}$.



Рис. 2

1. Чему равна цена деления $\Delta \rho$ такого прибора?
2. Чему равна плотность ρ_0 , соответствующая первому делению?
3. Какое минимальное число N делений нужно нанести, чтобы измерять плотность молока во всём диапазоне значений от ρ_0 до ρ_2 ?

Ответ

$$1) \Delta \rho \approx \frac{4m \Delta h}{\pi d^2 h_0^2} = 5 \text{ кг/м}^3; \quad 2) \rho_0 = \frac{4m}{\pi d^2 h_0} = 1000 \text{ кг/м}^3; \quad 3) N = \frac{\rho_2 - \rho_0}{\Delta \rho} + 1 \approx 10.$$

8 Печка в Солнце

Вблизи центра Солнца каждая тонна находящегося там звёздного вещества производит 1 Дж энергии каждую секунду за счёт идущих там термоядерных реакций. Вся эта энергия, «добравшись» до поверхности Солнца, излучается Солнцем во все стороны равномерно. На Земле на участок площадью 1 м^2 , расположенный перпендикулярно солнечным лучам, за каждую секунду попадает солнечная энергия, равная 1370 Дж (эта величина называется солнечной постоянной). Расстояние от Земли до Солнца равно 150 миллионов км, плотность вещества в центре Солнца равна 160 г/см^3 , радиус Солнца — 655 тыс. км. Используя эти сведения, оцените радиус области внутри Солнца, в которой идут термоядерные реакции, и сравните его с радиусом Солнца.

Для справки: площадь поверхности шара радиусом R равна $S = 4\pi R^2$, а объём шара радиусом R равен $V = \frac{4\pi R^3}{3}$.

Ответ

$$\frac{r}{R} = 0,127.$$