

МОШ, 2018/19, заключительный этап, 8 класс

Условия, ответы и решения

1 Не очень сухие дрова

Удельная теплота сгорания сухих дров (берёзовых или сосновых) равна $q_0 = 15$ МДж/кг. Если дрова не сухие, а влажные (содержат воду), то для них различают высшую и низшую теплоту сгорания. Высшая теплота сгорания — это полная энергия, выделяющаяся в химических реакциях горения при сжигании 1 кг топлива. Низшая теплота сгорания получается, если из высшей теплоты сгорания вычесть теплоту, необходимую для нагревания и испарения содержащейся в дровах воды (а также некоторые другие тепловые потери, которыми в данной задаче можно пренебречь).

Имеются дрова, влажность которых равна $\eta = 30\%$, а температура $t_0 = 10^\circ\text{C}$. Влажность — это массовая доля воды в дровах, выраженная в процентах. Вычислите высшую q_1 и низшую q_2 теплоту сгорания таких дров. Удельная теплоёмкость и удельная теплота парообразования воды равны $c = 4200$ Дж/(кг·°C) и $L = 2,26$ МДж/кг. Влиянием влажности на протекание химических реакций пренебречь.

Подсказка

Горит только сухая часть дров: какая доля килограмма влажного топлива её составляет? Для низшей теплоты вычтите энергию, нужную, чтобы нагреть воду из дров до кипения и испарить её.

Ответ

$q_1 = 10,5$ МДж/кг; $q_2 = 9,7$ МДж/кг.

2 Не очень точные весы

Имеется три экземпляра пружинных весов и одинаковые грузы неизвестной массы. На каждые весы выкладывают от одного до шести грузов и показания заносят в таблицу. На основании результатов измерений укажите номер весов, по показаниям которых можно находить массу тел в диапазоне от 100 г до 400 г наиболее точно. Ответ объясните.

№ весов	1 груз	2 груза	3 груза	4 груза	5 грузов	6 грузов
1	97	199	303	409	515	619
2	102	200	294	390	482	575
3	107	206	307	407	507	606

Подсказка

Проверьте, как показания каждого весов растут с числом грузов: одинаковы ли приращения и не «сбит» ли ноль.

Ответ

Наиболее точно можно находить массы, используя весы №3. Вычитая из показаний весов 7 г, получаем массу с погрешностью 1 г. Другие весы дают большую погрешность.

3 Муар

Две расчески расположены друг за другом, как показано на рисунке. Верхняя расческа движется со скоростью 1 см/с влево, а нижняя удерживается на месте. С какой скоростью движутся тёмные треугольные области?



Подсказка

Когда верхняя расчёска сдвинется на один шаг зубьев, узор в целом повторится. Сколько шагов зубьев укладывается между соседними тёмными областями?

Ответ

Скорость движения тёмных треугольных областей муарового узора равна 10 ± 1 см/с.

4 Улетающий лёд

В цилиндрическую кастрюлю, радиус основания которой равен $R = 10$ см, налита вода и опущен кусок льда массой $m = 400$ г. В этот кусок вморожена нитка, привязанная к воздушному шарик объёмом $V = 8$ л, заполненному гелием. При этом уровень воды в кастрюле равен $h = 30$ см. Кусок льда постепенно тает. В некоторый момент кусок льда уменьшается настолько, что воздушный шарик поднимает его над поверхностью воды. После этого шарик и лёд улетают. Чему в результате станет равен уровень воды в кастрюле? Плотность воды равна $\rho_1 = 1000$ кг/м³, льда — $\rho_2 = 900$ кг/м³, воздуха — $\rho_3 = 1,25$ кг/м³, гелия — $\rho_4 = 0,18$ кг/м³, массой оболочки шарика можно пренебречь. Считайте, что масса капель воды, образовавшихся при таянии льда и упавших в кастрюлю после отрыва льда от поверхности воды, пренебрежимо мала. Некоторые числовые данные не являются необходимыми для решения, но их можно использовать, если так вам будет проще.

Подсказка

Давление на дно равно весу всего содержимого, делённому на площадь дна. Как изменился вес того, что давит на дно, после того как лёд с шариком улетел и нить перестала его тянуть?

Ответ

Уровень воды в сосуде будет таким же, как в начальный момент времени.

5 Минимальная средняя скорость

Между городами А и В действует автобусный маршрут, длина которого $S = 180$ км. Движение автобуса по этому маршруту не равномерное: из-за различных дорожных условий скорость автобуса часто меняется. В момент отправления пассажир Петров засекает на своих часах время и каждые 10 минут вычисляет среднюю скорость автобуса за эти 10 минут. Для этого он узнаёт путь, пройденный автобусом, с помощью GPS-навигатора. Автобус доехал из А до В за 3 часа. За это время Петров получил 18 значений средней скорости: $v_1, v_2, v_3, \dots, v_{18}$.

1. Известно, что ни одно из значений $v_1, v_2, \dots, v_{18}$ не превышает 63 км/ч. Чему может быть равно наименьшее из этих значений (в каких пределах оно может лежать)?
2. Ответьте на вопрос п. 1), если ни одно из измеренных значений средней скорости $v_1, v_2, \dots, v_{18}$ не превышает 64 км/ч.

Подсказка

Средняя скорость за весь путь равна среднему арифметическому восемнадцати значений. Если семнадцать значений взять наибольшими возможными, насколько мало может оказаться последнее?

Ответ

- 1) $9 \text{ км/ч} < v < 60 \text{ км/ч}$; 2) $0 \text{ км/ч} < v < 60 \text{ км/ч}$.

6 Таяние снега

Снежный покров состоит из верхнего слоя свежесыпавшегося снега толщиной $H_1 = 20$ см и нижнего слоя старого слежавшегося снега толщиной $H_2 = 10$ см. В две одинаковые цилиндрические мензурки с внутренним диаметром $d_0 = 5$ см и высотой $h_0 = 7$ см были помещены образцы снега из каждого слоя, при этом снег в каждую мензурку засыпался доверху, но не утрамбовывался, снег из разных слоёв набирался в разные мензурки. После этого мензурки размещали на столе в отапливаемом помещении. На рис. 1 приведена фотография, полученная в процессе эксперимента. Наблюдения показывают, что с течением времени снежный цилиндр уменьшается в размерах, но сохраняет свою форму. Высота нижней тёмной части снежного цилиндра со временем растёт. Слой воды заметной толщины появляется на дне мензурки после того, как весь снег становится тёмным. В мензурке со свежим снегом к моменту появления воды на дне диаметр цилиндра из снега оказывается равен $d_1 = 3$ см, а высота — $h_1 = 4$ см. На дне мензурки со слежавшимся снегом вода появляется, когда диаметр цилиндра из снега становится равен $d_2 = 4$ см, а высота — $h_2 = 5$ см.



Рис. 1

Можно считать, что снег состоит из кристалликов льда и пустот между ними, внутренняя структура снега при таянии не меняется. Пористостью снега α называют отношение объема пустот ко всему объему снега: $\alpha = \frac{V_{\text{п}}}{V_0}$.

1. Определите пористости свежего и слежавшегося снега, считая что снег тает только на внешней поверхности цилиндров.
2. На улице резко потеплело. Снег стал таять. Оцените высоту снежного покрова в тот момент, когда из-под него потекут ручьи. Можно считать, что таяние происходит при условиях, похожих на условия из п. 1), но снег тает только на верхней поверхности слоя.

Плотность льда равна $\rho_{\text{л}} = 900$ кг/м³, плотность воды равна $\rho_{\text{в}} = 1000$ кг/м³.

Подсказка

Вода появляется на дне, когда она заполнила все пустоты в оставшемся снеге: масса растаявшего льда равна массе воды в пустотах. Составьте этот баланс для каждой мензурки. Во втором пункте ручьи потекут, когда талая вода заполнит все пустоты нерастаявшей части.

Ответ

$$1) \alpha_1 = \frac{\rho_{\text{л}}(d_0^2 h_0 - d_1^2 h_1)}{(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}) d_1^2 h_1 + \rho_{\text{л}} d_0^2 h_0} \approx 0,78, \quad \alpha_2 = \frac{\rho_{\text{л}}(d_0^2 h_0 - d_2^2 h_2)}{(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{л}}) d_2^2 h_2 + \rho_{\text{л}} d_0^2 h_0} \approx 0,52;$$

$$2) H_{\text{нераст.сн.}} = H_2 - \frac{\rho_{\text{в}} \alpha_2 H_2 - \rho_{\text{л}}(1 - \alpha_1) H_1}{\rho_{\text{л}}(1 - \alpha_2) + \rho_{\text{в}} \alpha_2} \approx 8,7 \text{ см.}$$

7 Самодельный ареометр

Ареометр — прибор для измерения плотности жидкостей, принцип работы которого основан на законе Архимеда. Обычно он представляет собой трубку, в нижней части которой помещён груз (см. рис. 2). Верхняя часть ареометра — цилиндр, на который нанесена шкала, проградуированная в значениях плотности. Считается, что ареометр изобрела Гипатия Александрийская — знаменитая женщина-учёный древности. Рассмотрим конструкцию самодельного ареометра для измерения плотности молока (лактометра). Плотность молока варьируется в пределах от минимального значения $\rho_1 = 1015 \text{ кг/м}^3$ до максимального $\rho_2 = 1040 \text{ кг/м}^3$. Разность максимального и минимального значения много меньше среднего значения, благодаря чему шкала такого лактометра линейна. Для изготовления лактометра взяли твёрдую цилиндрическую пластиковую трубку с внешним диаметром $d = 16 \text{ мм}$, внутрь которой снизу поместили груз и закрыли нижний конец заглушкой. Снаружи вся конструкция выглядит как цилиндр, а её общая масса равна $m = 40 \text{ г}$. На расстоянии $h_0 = 20 \text{ см}$ от нижнего конца трубки нанесли первое деление, которое соответствовало некоторой плотности ρ_0 , немного меньшей ρ_1 . Вниз от первого деления стали наносить другие деления, расстояние между которыми было равно $\Delta h = 1 \text{ мм}$.



Рис. 2

1. Чему равна цена деления $\Delta \rho$ такого прибора?
2. Чему равна плотность ρ_0 , соответствующая первому делению?
3. Какое минимальное число N делений нужно нанести, чтобы измерять плотность молока во всём диапазоне значений от ρ_0 до ρ_2 ?

Подсказка

Условие плавания: $mg = \rho g V_{\text{погр.}}$. Выразите плотность жидкости через глубину погружения h , а цену деления найдите как изменение ρ при малом изменении h на Δh .

Ответ

$$1) \Delta\rho \approx \frac{4m \Delta h}{\pi d^2 h_0^2} = 5 \text{ кг/м}^3; \quad 2) \rho_0 = \frac{4m}{\pi d^2 h_0} = 1000 \text{ кг/м}^3; \quad 3) N = \frac{\rho_2 - \rho_0}{\Delta\rho} + 1 \approx 10.$$

8 Печка в Солнце

Вблизи центра Солнца каждая тонна находящегося там звёздного вещества производит 1 Дж энергии каждую секунду за счёт идущих там термоядерных реакций. Вся эта энергия, «добравшись» до поверхности Солнца, излучается Солнцем во все стороны равномерно. На Земле на участок площадью 1 м^2 , расположенный перпендикулярно солнечным лучам, за каждую секунду попадает солнечная энергия, равная 1370 Дж (эта величина называется солнечной постоянной). Расстояние от Земли до Солнца равно 150 миллионов км, плотность вещества в центре Солнца равна 160 г/см^3 , радиус Солнца — 655 тыс. км. Используя эти сведения, оцените радиус области внутри Солнца, в которой идут термоядерные реакции, и сравните его с радиусом Солнца.

Для справки: площадь поверхности шара радиусом R равна $S = 4\pi R^2$, а объём шара радиусом R равен $V = \frac{4\pi R^3}{3}$.

Подсказка

Вся произведённая в ядре мощность проходит наружу сквозь сферу любого радиуса, в том числе сквозь сферу радиусом от Земли до Солнца. Приравняйте её к мощности, принимаемой на Земле, умноженной на площадь такой сферы.

Ответ

$$\frac{r}{R} = 0,127.$$