

МОШ, 2019/20, заключительный этап, 10 класс

Условия, ответы и решения

1 Измерение отклонений

Сопротивление терморезистора сильно зависит от температуры (график показан на рисунке), поэтому их используют в точных измерителях отклонения температуры ΔT от заданного значения T_0 .

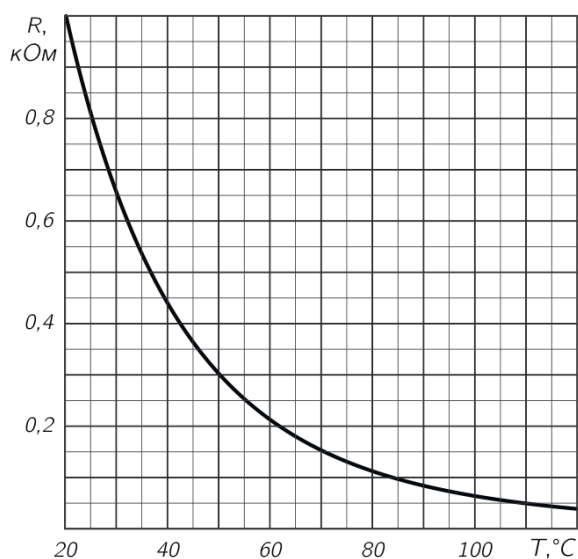
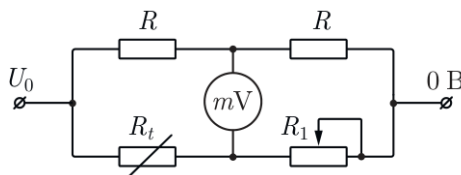


Схема измерителя показана на втором рисунке. Терморезистор обозначен R_t . Сопротивление переменного резистора R_1 можно изменять в диапазоне от 0 до 900 Ом. Выводы подключают к идеальному источнику с напряжением $U_0 = 6$ В. Перед началом измерения отклонения ΔT от температуры T_0 измеритель калибруют, подбирая сопротивление резистора R_1 так, чтобы идеальный стрелочный милливольтметр показывал ноль. В дальнейшем при изменении температуры на величину ΔT сопротивление терморезистора изменяется, милливольтметр показывает напряжение U .



1. Для температуры $T_0 = 50^\circ\text{C}$ определите зависимость $U(\Delta T)$, считая изменение сопротивления терморезистора малым. В области каких температур (высоких или низких) измеритель обеспечивает меньшую относительную погрешность измерения?
2. В каком диапазоне температур может работать данный измеритель, если нежелательно, чтобы на терморезисторе выделялась тепловая мощность больше $P_0 = 0,15$ Вт?

Примечание. Может оказаться полезной приближённая формула $(1 + x)^{-1} \approx 1 - x$, справедливая для малых x ($x \ll 1$).

Подсказка

Вольтметр идеальный, поэтому каждое плечо моста работает как делитель напряжения; показание равно разности потенциалов средних точек. Наклон графика $R(T)$ в точке T_0 даёт связь ΔR_t с ΔT .

Ответ

1) $U(\Delta T) = \frac{U_0 k}{4R_t(T_0)} \Delta T$, т. е. $U(\Delta T) = \Delta T \cdot 50 \text{ мВ}/^\circ\text{C}$ (здесь $\Delta R_t = -k\Delta T$, $k = 10 \text{ Ом}/^\circ\text{C}$); меньшая относительная погрешность обеспечивается при низких температурах; 2) $23^\circ\text{C} < T < 100^\circ\text{C}$.

2 Мальчик с шариком

Мальчик Влад бежит по кругу, держа в руке конец нитки длиной $2\sqrt{2}$ м, к другому концу которой прикреплен небольшой надувной шарик с гелием внутри. Один круг Влад пробегает за 2π секунд. Рука, держащая нить, движется по окружности радиусом 2 м. Шарик движется по окружности такого же радиуса на 2 метра выше руки по вертикали. С какой установившейся скоростью будет взлетать шарик, если нить отпустить.

Можно считать, что сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости, а радиус шарика много меньше длины нити. Ускорение свободного падения равно $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Подсказка

Из геометрии найдите углы нити. При движении по окружности сила сопротивления направлена против скорости шарика; запишите второй закон Ньютона по вертикали и вдоль скорости и исключите натяжение.

Ответ

$$u = \sqrt{\frac{8}{\sqrt{3}}} \text{ м/с} \approx 2,1 \text{ м/с}.$$

3 Эолипил

Эолипил (паровой двигатель, изобретённый в Древней Греции) представляет собой металлический котёл с двумя трубками на крышке, на которых, как на оси, может вращаться турбина в виде полого шара с двумя одинаковыми Г-образными патрубками (соплами). В котел заливают воду, герметично закрывают его и ставят на огонь. Образовавшийся при кипении водяной пар по трубкам поступает в шар и выходит с большой скоростью через сопла, заставляя шар вращаться (см. рисунок из «Википедии»). Пусть мощность подвода тепла к воде равна $P = 1$ кВт, площадь сечения патрубка $S = 0,1 \text{ см}^2$, а расстояние от сопла до оси вращения $d = 10 \text{ см}$. Считайте, что из сопла выходит насыщенный пар при атмосферном давлении, равном $p_0 = 10^5$ Па. Трением в оси и сопротивлением воздуха можно пренебречь.



1. Определите момент сил, действующих на шар со стороны пара, если шар зафиксирован.
2. Какое максимальное количество оборотов в минуту будет делать шар, если ему позволить свободно вращаться?

Подсказка

Реактивная сила на один патрубок равна потоку импульса вытекающего пара. Мощность подвода тепла идёт на испарение, поэтому она связана с массовым расходом. Предельная скорость вращения достигается, когда пар выходит из сопла с нулевой скоростью относительно земли.

Ответ

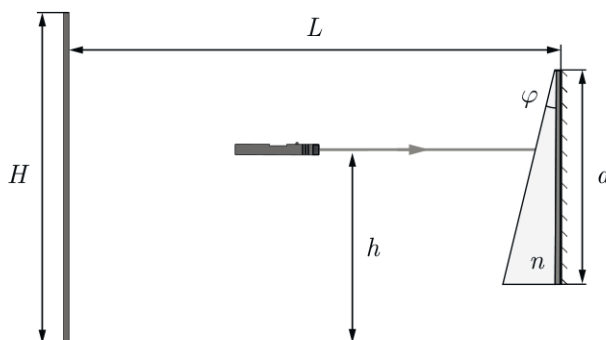
$$1) M = \frac{P^2 R T_0 d}{2 S p_0 \mu L^2} \approx 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad 2) n_{\max} = \frac{15 P R T_0}{\pi p_0 \mu L S d} \approx 3700 \text{ об/мин.}$$

4 Автомобильное зеркало

При падении света на границу раздела воздух-стекло (показатель преломления стекла равен $n = 1,5$) под малым углом к нормали доля, равная $R = 4\%$, энергии падающего излучения отражается, а $T = 96\%$ энергии проходит во вторую среду. При этом не важно, в какую сторону распространяется свет: из воздуха в стекло или из стекла в воздух.

К идеальному зеркалу (отражающему весь падающий свет) прислонили стеклянный клин (призму) размером $d = 10 \text{ см}$ с малым углом $\varphi = 0,06 \text{ рад}$ при вершине (см. рисунок). На призму падает лазерный луч, направленный по нормали к зеркалу. При этом на экране высотой $H = 40$

см, расположенном параллельно зеркалу на расстоянии $L = 1$ м от него, наблюдают несколько пятен разной яркости. Показатель преломления стекла равен $n = 1,5$. Расстояние от лазерного луча до нижнего края экрана по вертикали равно $h = 25$ см.



1. Найдите приближённо расстояние от верхнего края экрана до каждого пятна и подсчитайте долю энергии падающего излучения (в процентах, округлив до целых), приходящуюся на лучи, формирующие это пятно. Учтите, что приближённые соотношения: $\sin \alpha \approx \alpha$ и $\tan \alpha \approx \alpha$ с хорошей точностью выполняются даже для углов около 0,4 рад.
2. На какой угол следует повернуть зеркало с призмой в плоскости рисунка, чтобы на месте самого яркого пятна оказалось другое, следующее по яркости?
3. Компания Chrysler в 1958 г. использовала зеркало с призмой в качестве зеркала заднего вида с двумя режимами работы. С помощью специального рычажка его можно было перевести из «дневного» режима в «ночной», так чтобы свет фар автомобилей, едущих сзади, отражённый зеркалом, не слепил водителя. Объясните принцип работы такого автомобильного зеркала.

Подсказка

Часть света отражается уже от передней грани клина, остальная проходит к зеркалу, отражается и выходит обратно; следите за углами, которые луч составляет с гранью после каждого преломления и отражения, и учитывайте возможные многократные отражения внутри стекла.

Ответ

- 1) Будет видно три пятна: $x_0 = 3$ см, $N_0 = 4\%$; $x_1 = 21$ см, $N_1 = 92\%$; $x_2 = 39$ см, $N_2 = 4\%$;
- 2) на угол $\varphi + \frac{\gamma_1}{2} = 0,09$ рад против часовой стрелки.

5 Морозильник с горячей стенкой

Задняя стенка не очень современного морозильника, на которой располагаются трубки конденсатора холодильной машины, работающей по обращённому циклу Карно, греется, так что её средняя температура T_S в рабочем режиме выше температуры в комнате T_R . Внутри морозильной камеры холодильная машина поддерживает среднюю температуру $T_C = -23^\circ\text{C}$.

Известно, что в стационарном режиме, когда температура задней стенки и температура в камере установились, а температура в комнате не меняется со временем, мотор компрессора этого не очень современного морозильника работает без остановки.

В жару, когда температура в комнате поднимается до $T_R^{(0)} = +27^\circ\text{C}$, задняя стенка нагревается до $T_S^{(0)} = +47^\circ\text{C}$. Определите температуру задней стенки морозильника зимой в холодный день, когда температура воздуха в комнате уменьшается до значения $T_R^{(1)} = +17^\circ\text{C}$.

Мощность передачи тепла от горячего тела холодному (например, от воздуха в комнате холодильной камере через теплоизоляцию) пропорциональна разности соответствующих температур.

Подсказка

Запишите тепловые балансы камеры и стенки: через изоляцию в камеру приходит тепло от комнаты, а стенка отдаёт комнате тепло, равное сумме этого тепла и работы компрессора. Для идеальной машины связь мощностей задаёт цикл Карно.

Ответ

$$T_S^{(1)} \approx 32,3^\circ\text{C}.$$