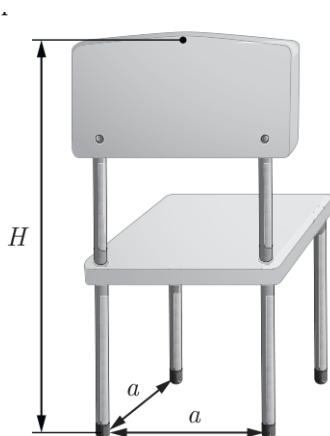


МОШ, 2019/20, заключительный этап, 9 класс

Условия, ответы и решения

1 Стул начинает опрокидываться

К гладкому горизонтальному полу прибита тонкая (высотой примерно 1 см) планка. Вася приставил к планке стул передними ножками, привязал к верхней точке спинки стула верёвку и с помощью динамометра выяснил, что стул начинает опрокидываться, когда к верёвке перпендикулярно планке прикладывается горизонтальная сила $F_1 = 16$ Н. Затем он изменил положение стула, и теперь стул касается планки своими задними ножками. В этом случае минимальное значение силы, приложенной перпендикулярно планке в горизонтальном направлении, необходимой для опрокидывания стула, оказалось равно $F_2 = 12$ Н. Расстояние между ножками стула (см. рисунок) равно $a = 42$ см. Высота верхней точки спинки стула над полом равна $H = 72$ см. Можно считать, что эта точка находится ровно над линией задних ножек. Какую минимальную силу F_3 нужно приложить к верёвке, чтобы опрокинуть стул, если к планке стул приставлен правыми ножками? Считайте, что ускорение свободного падения равно $g = 10$ м/с². Правая и левая половинки стула симметричны.



Подсказка

Из двух первых опытов найдите массу стула и положение его центра масс. В третьем опыте стул опрокидывается вокруг ребра, проходящего через две правые ножки: чтобы сила была минимальной, нужно взять наибольшее плечо.

Ответ

$F_3 \approx 13,4$ Н.

2 Резистор начинает плавиться

При увеличении тока через проволочный резистор он нагревается, при этом его температура в зависимости от протекающего тока изменяется нелинейно. При малых токах, составляющих для типичных резисторов величину порядка 10 мА, температура резистора T практически неотличима от температуры окружающей среды T_0 . При увеличении тока до некоторого предельного значения $I_{\max}$ резистор очень быстро (почти мгновенно) нагревается до очень высокой температуры и плавится (сгорает).

Пусть сопротивление некоторого резистора при комнатной температуре и токе 1 мА равно 10 Ом. Известно, что значение предельного тока для этого резистора равно $I_{\max} = 1,35$ А. Найдите сопротивление резистора и напряжение на нём при токе, равном $0,8I_{\max}$.

Можно считать, что зависимость сопротивления резистора от температуры линейная: $R(T) = R_0(1 + \alpha(T - T_0))$, R_0 — сопротивление резистора при температуре T_0 , α — неизвестный коэффициент. Мощность теплоотдачи пропорциональна разности температур резистора и окружающей среды.

Подсказка

Запишите тепловой баланс: выделяемая мощность $I^2 R(T)$ равна $k(T - T_0)$. Предельный ток — это ток, при котором решение уравнения для T перестаёт существовать.

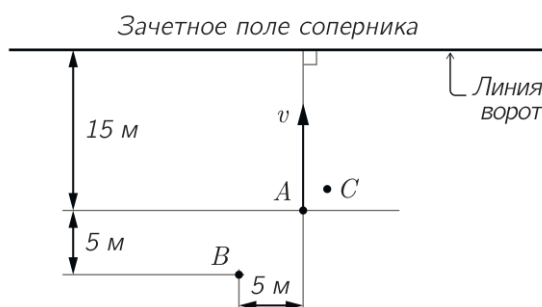
Ответ

$R \approx 27,8$ Ом, $U \approx 30$ В.

3 Регби

Регби — это командная игра с мячом. Цель игры — принести мяч в зачётное поле соперника, расположенное за линией ворот. Игрок с мячом может отдать передачу другому игроку своей команды, причём передачу нельзя делать вперёд (только вбок или назад). Игроки команды соперника имеют право остановить игрока с мячом. На рисунке представлен фрагмент поля с тремя регбистами: A и B — игроки из одной команды, C — игрок команды соперника. Игрок C вот-вот остановит игрока A , поэтому тот делает передачу игроку B . Чтобы сделать точную передачу, игрок A предварительно притормозил, и в момент броска его скорость направлена в сторону линии ворот и равна $v = 2$ м/с.

Пусть скорость игрока B равна 8 м/с при движении по любой траектории. Расположение игроков A , B и C на поле, показанное на рисунке, соответствует моменту броска.



1. С какой минимальной скоростью (относительно себя) должен бросить мяч игрок A , чтобы игрок B принял передачу и добежал до зачётного поля соперника за минимальное время?

2. Пусть игрок A бросил мяч с относительной скоростью 6 м/с. Докажите, что минимальное время $t_{\min}$, за которое игрок B может добежать до зачётного поля соперника, поймав мяч в процессе движения, достигается, если после броска игрока A мяч летит параллельно линии ворот.
3. Найдите время $t_{\min}$. Утверждением из п. 2) можно пользоваться без доказательства.

Подсказка

Передача не может идти вперёд, поэтому скорость мяча относительно земли направлена вдоль линии ворот, а игроку B выгодно бежать перпендикулярно этой линии. Перейдите к скорости мяча относительно земли как к сумме скорости игрока A и скорости броска.

Ответ

- 1) $w_{\min}^{\text{отн}} \approx 8,2$ м/с; 3) $t_{\min} \approx 2,5$ с.

4 Вова начинает расчёты

Вова с папой поехали на машине из Москвы в Санкт-Петербург. На трассе скорость их автомобиля была не более 110 км/ч, но не менее 80 км/ч. От скуки Вова решил снять видео на смартфон. В поле съёмки попал джип, двигавшийся некоторое время по соседней полосе с той же скоростью, что и автомобиль Вовиного папы. И тут Вова обнаружил, что на экране его телефона радиальные поперечины на диске колеса джипа (форма диска показана на рисунке ниже) либо стоят на месте, либо медленно вращаются, совершая не более одного оборота за время около 10 с. Позже на стоянке по маркировке на крышке обогнавшего их джипа, Вова определил диаметр его колеса, получилось 72 см. Вова знает, что его смартфон снимает видео с частотой 30 кадров в секунду. Он считает, что каждый кадр представляет собой мгновенную фотографию.



Вова подумал, что по имеющимся данным он может не просто определить скорость v джипа в тот момент, когда он поравнялся с машиной папы, но и указать границы интервала $v_{\min} < v < v_{\max}$, в пределах которого лежит значение скорости v .

1. Чему может быть равна скорость v ? Достаточно одного значения.
2. Определите границы интервала $v_{\min}$ и $v_{\max}$ возможных скоростей.

Подсказка

У диска пять одинаковых спиц, поэтому картинка повторяется при повороте на $1/5$ оборота. Что нужно, чтобы изображение казалось неподвижным в каждом кадре?

Ответ

1) $v \approx 97,6$ км/ч (при $n = 2$); 2) $96,8$ км/ч $< v < 98,4$ км/ч.

5 Тень начинает притягиваться

Широко известен опыт, который обычно называют «притягивающиеся тени». Протяжённый источник света освещает два предмета, и тень одного как бы притягивается к тени другого. Опыт иллюстрируют рис. 1 и рис. 2.

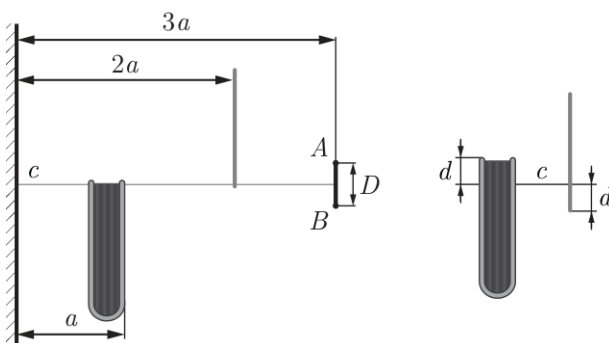


Рис. 1: Лампа освещает линейку и книжку. На стене наблюдаются тени.



Рис. 2: Область «притягивающихся» теней. Фрагмент фотографии сильно увеличен.

Рассмотрим упрощённую схему опыта, изображённую на рис. 3. Протяжённый источник AB освещает книжку и линейку. Поперечный размер источника равен $D = 6$ см, он расположен так, что осевая линия c проходит через середину отрезка AB . Расстояния, обозначенные на рис. 3, известны, $a = 10$ см.



Книжка и линейка отстоят от осевой линии c на одинаковое (неизвестное) расстояние d , как схематично показано на рис. 4 (соотношения между длинами изменены для удобства восприятия). При каких значениях d на стене между областью полной тени линейки и полной тени книжки будет наблюдаться область полутени? Рассмотрите два случая.

1. Точки отрезка AB излучают изотропно (равномерно по всем направлениям).
2. Любая точка источника испускает лучи света, составляющие с осевой линией угол не более, чем α , при этом $\operatorname{tg} \alpha = 0,15$.

Примечание. Полной тенью называется область на стене, в которую не попадает ни один луч света от источника.

Подсказка

Полутень между тенями возникает из-за конечных размеров источника. Наибольшему d отвечает луч от края источника, касающийся одновременно книжки и линейки.

Ответ

- 1) $d < 1$ см; 2) $d < 7,5$ мм.