

МОШ, 2020/21, отборочный этап, 8 класс

Условия, ответы и решения

6 Кеша и Тучка бегут за пирогом

Кеша и Тучка, находясь в своих домиках, получили одновременно СМС-ки от Лисички с информацией, что яблочный пирог уже готов, и тут же бросились бежать к дому Лисички. Кеша половину времени бежал со скоростью 5 м/с, а оставшуюся половину времени со скоростью 4 м/с (устал). Тучка первую половину пути пробежал со скоростью 4 м/с, а вторую половину пути со скоростью 5 м/с. В результате оба прибежали к Лисичке одновременно. Каково расстояние от дома Кеши до дома Лисички в шагах Цыпы, если расстояние от дома Тучки до дома Лисички равно 800 шагов Цыпы?

Подсказка

Выразите среднюю скорость каждого через его путь и время: у Кеши средняя скорость — среднее арифметическое, у Тучки — среднее гармоническое. Время в пути у них одно и то же.

Ответ

810 шагов.

7 Атос, Портос и Арамис

Атос и Портос начинают одновременно идти навстречу друг другу со скоростями $v_1 = 3$ м/с и $v_2 = 1$ м/с соответственно. Арамис сначала находится посередине между ними. Портос встретился с Арамисом через $t_1 = 250$ с после начала своего движения, а с Атосом через $t_2 = 12$ мин.

1. На каком расстоянии друг от друга первоначально находились Атос и Портос? Ответ выразите в м, округлите до целого числа.
2. Насколько позже стартовал Арамис, если скорость сближения Портоса с Арамисом в 2 раза больше скорости удаления Арамиса от Атоса? Ответ выразите в с, округлите до целого числа.

Подсказка

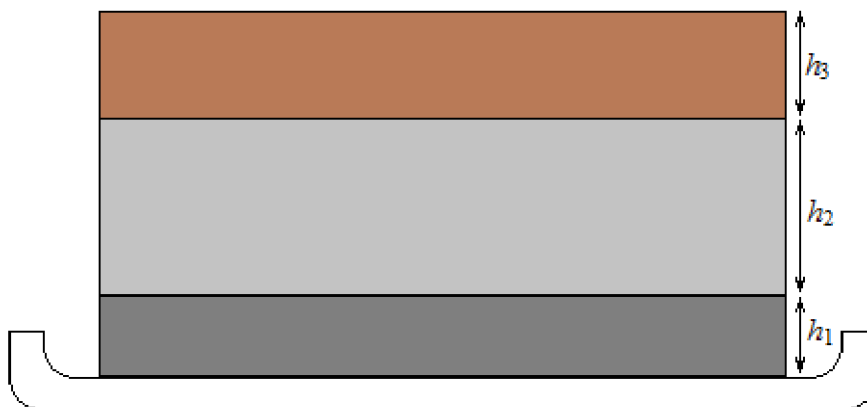
В первом пункте Атос и Портос сближаются со скоростью $v_1 + v_2$. Во втором скорость Арамиса найдите из условия о скоростях сближения и удаления, затем сравните положения к моменту встречи с Портосом.

Ответ

1) 2880 м; 2) 80 с.

8 Трёхслойный торт

На тарелке лежит торт, состоящий из трёх слоёв. Эти слои имеют высоту $h_1 = 15$ мм, $h_2 = 25$ мм и $h_3 = 20$ мм, а их плотности соответственно равны $\rho_1 = 600$ кг/м³, $\rho_2 = 460$ кг/м³ и $\rho_3 = 400$ кг/м³. Чему равна средняя плотность всего торта? Ответ выразите в кг/м³, округлите до целого числа.



Подсказка

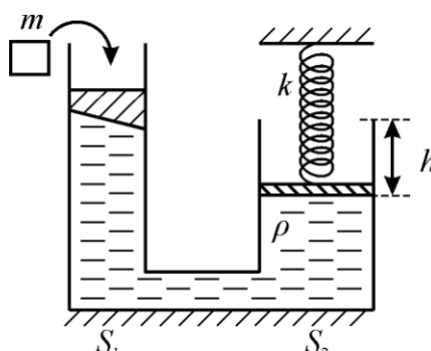
Слои имеют одинаковую площадь основания, поэтому массу каждого слоя можно записать через его высоту и плотность. Средняя плотность — полная масса, делённая на полный объём.

Ответ

475 кг/м³.

9 Сообщающиеся сосуды с поршнями и пружиной

В двух сообщающихся сосудах, имеющих форму цилиндров с площадью дна $S_1 = 100$ см² и $S_2 = 200$ см², находится вода. Сосуды закрыты сверху массивными поршнями (см. рисунок). К правому поршню прикреплена лёгкая вертикальная пружина жёсткостью $k = 4$ Н/см, верхний конец которой неподвижен. Система находится в равновесии, причём пружина изначально сжата. На левый поршень положили груз массой $m = 1$ кг. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³, ускорение свободного падения $g = 10$ Н/кг. Начальная высота края правого сосуда над поверхностью воды $h = 10$ см.



1. Найдите, на сколько после этого опустится левый поршень. Ответ выразите в см, округлите до целого числа.
2. Груз какой минимальной массы нужно добавить к грузу массой m (на левый поршень) для того, чтобы вода начала выливаться из правого сосуда? Ответ выразите в кг, округлите до целого числа.

Подсказка

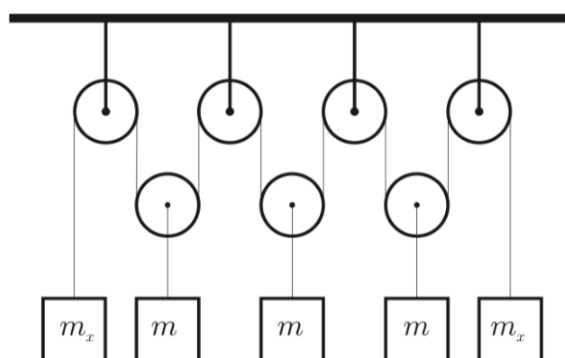
Объём воды сохраняется, поэтому смещения поршней связаны через площади. Добавочное давление от груза уравнивается изменением давления столба воды и силой пружины на правом поршне.

Ответ

1) 4 см; 2) 4 кг.

10 Система блоков с тремя грузами

Система состоит из невесомых блоков, трёх грузов массой $m = 1$ кг каждый, двух грузов массой m_x каждый и невесомых нитей. Ускорение свободного падения 10 Н/кг.



1. Чему равна величина m_x , если система находится в равновесии? Ответ выразите в кг, округлите до десятых.
2. С какой силой действует система на потолок? Ответ выразите в Н, округлите до целого числа.

Подсказка

Нить, перекинутая через невесомый блок, имеет одинаковое натяжение по всей длине. Запишите равновесие каждого подвижного блока и найдите натяжения участков нити.

Ответ

1) 0,5 кг; 2) 40 Н.

16 Автомобиль на трёх участках

Половину пути автомобиль проехал со скоростью 60 км/ч, которая оказалась равной средней скорости на всём пути. Второй участок пути автомобиль ехал со скоростью 80 км/ч в течение четверти всего времени движения.

1. С какой средней скоростью автомобиль двигался на третьем (последнем) участке пути? Ответ выразите в км/ч, округлите до целого числа.
2. Во сколько раз дольше автомобиль двигался на первом участке пути, чем на третьем? Ответ округлите до целого числа.

Подсказка

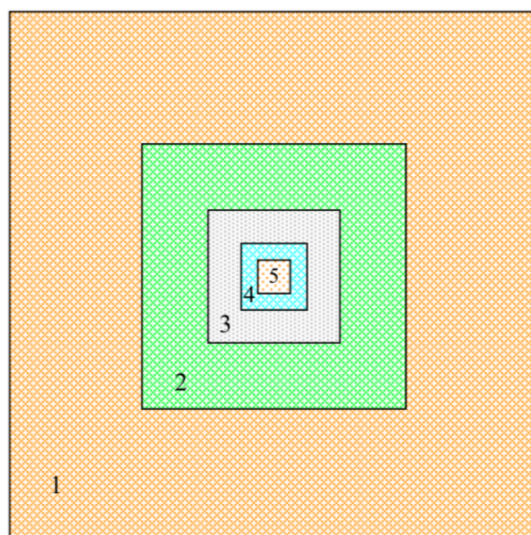
Обозначьте весь путь S и всё время t ; из средней скорости 60 км/ч найдите S/t . Затем выразите пути второго и третьего участков через S и t .

Ответ

1) 40 км/ч; 2) в 2 раза.

17 Квадрат из пяти деталей

Плоская деталь в форме квадрата изготовлена по следующей схеме. Картонная модель квадрата была разделена на 5 частей, так как это показано на рисунке. Каждый последующий внутренний квадрат по размеру в два раза меньше внешнего к нему квадрата. Затем отдельные части были заменены копиями, изготовленными из разных материалов одинаковой толщины. При этом плотность материала возрастает на 1 г/см^3 у каждой последующей внутренней детали (плотность первой детали 1 г/см^3 , плотность последней 5 г/см^3). Определите среднюю плотность детали, собранной из отдельных частей. Ответ выразите в г/см^3 , округлите до сотых.



Подсказка

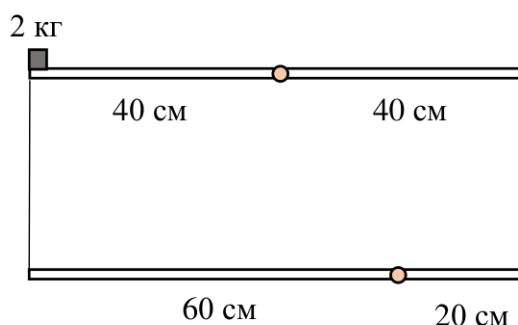
Толщина одинакова, поэтому достаточно сравнивать площади. Найдите площадь каждой детали как разность площадей соседних квадратов, учтя, что сторона уменьшается вдвое.

Ответ

$1,33 \text{ г/см}^3$.

18 Два стержня на шарнирах

Два горизонтальных лёгких стержня длиной 80 см каждый прикреплены к стене на шарнирах друг над другом. У верхнего стержня шарнир находится посередине, у нижнего на расстоянии 20 см от правого конца. Концы стержней соединены нерастяжимыми нитями. На левом конце верхнего стержня лежит груз массой 2 кг. Система находится в равновесии.



1. Чему равно натяжение левой нити? Ответ выразите в Н, округлите до целого числа.
2. Чему равно натяжение правой нити? Ответ выразите в Н, округлите до целого числа.

Подсказка

Запишите правило моментов относительно шарнира для каждого стержня отдельно; натяжения нитей у каждого стержня связаны по третьему закону Ньютона.

Ответ

1) 10 Н; 2) 30 Н.

19 Цилиндр на пружине в воде

Цилиндр, высота которого равна 10 см, а сечение 4 см^2 , висит на пружине жёсткостью 20 Н/м и наполовину погружен в воду. Уровень воды начинают медленно повышать до полного погружения цилиндра в жидкость. Плотность воды 1 г/см^3 .

1. На сколько уменьшится сила упругости пружины? Ответ выразите в Н, округлите до десятых.
2. На какую высоту необходимо поднять уровень воды? Ответ выразите в см, округлите до целого числа.

Подсказка

Сила упругости уменьшается на столько, на сколько вырастает сила Архимеда. При подъёме воды цилиндр одновременно поднимается за счёт сокращения пружины.

Ответ

1) 0,2 Н; 2) 6 см.

25 Колонна автомобилей и мотоциклисты

Колонна автомобилей движется прямолинейно со скоростью $v = 36$ км/ч, равномерно растянувшись на 3 км. Два наблюдателя на мотоциклах начинают движение из центра колонны в противоположных направлениях со скоростями $v_1 = 4v = 144$ км/ч (в направлении головы колонны) и $v_2 = 2v = 72$ км/ч (в направлении хвоста колонны). Доехав до краёв колонны, мотоциклисты разворачиваются и продолжают движение с теми же скоростями в обратном направлении.

1. Определите, на каком расстоянии от головы колонны состоится их первая встреча. Ответ выразите в км, округлите до десятых.
2. Какой путь пройдёт колонна автомобилей за это время? Ответ выразите в км, округлите до целого числа.

Подсказка

Перейдите в систему отсчёта колонны: там мотоциклисты движутся со скоростями $3v$ и v (сначала от центра, потом обратно), а края колонны неподвижны.

Ответ

1) 2,5 км; 2) 1 км.

26 Груз на середине растянутой пружины

К концу подвешенной вертикально пружины, массой которой можно пренебречь, подвешивают груз массой 1 кг. Затем к середине уже растянутой пружины подвешивают ещё один груз той самой массы. Определить длину растянутой пружины, если её жёсткость равна 200 Н/м, а длина в недеформированном состоянии равна 50 см. Ускорение свободного падения $g = 10$ Н/кг. Ответ выразите в см, округлите до десятых.

Подсказка

Половина пружины вдвое жёстче целой. Найдите, какая сила действует на верхнюю и на нижнюю половины, и сложите их удлинения.

Ответ

57,5 см.

27 Бревно у рабочего

Рабочий удерживает за один конец бревна так, что этот конец находится на уровне живота рабочего, а второй конец бревна лежит на земле. При этом рабочему приходится действовать на бревно вертикальной силой 100 Н. Если рабочий положит бревно на землю, подойдёт к противоположному концу бревна, поднимет его и будет держать на уровне головы, то окажется, что он действует на бревно вертикальной силой 300 Н. Найдите массу бревна. Ускорение свободного падения $g = 10$ Н/кг. Ответ выразите в кг, округлите до целого числа.

Подсказка

Бревно неоднородное, поэтому центр масс не посередине. Запишите правило моментов относительно опирающегося на землю конца в обоих случаях; сила тяжести приложена в центре масс.

Ответ

40 кг.

28 Плот с воздушной подушкой

На плоту хотели перевезти по реке товар весом 900 кг. Когда товар загрузили на плот, плот начал тонуть. Под плот быстро поместили большую воздушную подушку и накачали её, после чего плот перестал тонуть, но оказался полностью погруженным в воду, а товар при этом остался сухим. Каков был объём накачанной подушки? Объём находящейся в воде части плота равен 4 м^3 , его плотность $0,8 \text{ кг/дм}^3$. Плотность воды 1 кг/дм^3 . Ответ выразите в дм^3 , округлите до целого числа.

Подсказка

Плот с товаром и подушкой плавает в равновесии: суммарная сила тяжести равна архимедовой силе, действующей на погружённый плот и на подушку.

Ответ

100 дм^3 .

29 Теплоёмкость калориметра

Два одинаковых калориметра имеют температуру 20°C . В первый из них налили 50 г воды с температурой 50°C . Когда установилось тепловое равновесие, половину воды перелили в другой калориметр. Когда в нём установилось тепловое равновесие, его температура стала 25°C . Определите теплоёмкость калориметра. Удельная теплоёмкость воды равна $4200 \text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$. Ответ выразите в $\text{кДж/}^\circ\text{C}$, округлите до сотых.

Подсказка

Из второго опыта (вода после первого равновесия, 25 г в калориметре с 20°C) можно найти теплоёмкость калориметра, если знать температуру воды после первого равновесия. Её найдите из уравнения теплового баланса для первого опыта; обозначьте теплоёмкость C и решите систему.

Ответ

$0,21 \text{ кДж/}^\circ\text{C}$.