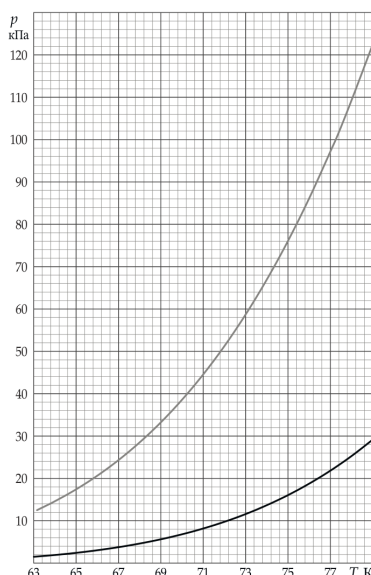


МОШ, 2020/21, заключительный этап, 10 класс

Условия, ответы и решения

1 Неправильный воздух

Отношение количества кислорода к количеству азота в некотором объёме «неправильного воздуха» равно $1 : 5$. На рисунке изображены графики зависимости давления насыщенных паров азота и кислорода от температуры, при этом линия чёрного цвета соответствует давлению паров кислорода. Температура неправильного воздуха в начальный момент равна $t_0 = -120^\circ\text{C}$.



В процессе охлаждения в некоторый момент времени кислород и азот начинают конденсироваться одновременно. Используя график, определите как можно точнее, каким было начальное давление неправильного воздуха, если охлаждение производилось изобарически. А если изохорически?

Подсказка

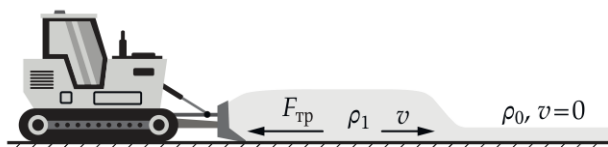
Конденсация начинается, когда парциальное давление каждого газа достигает давления его насыщенного пара; найдите по графику температуру, при которой отношение давлений насыщенных паров равно отношению количеств газов.

Ответ

$p_1 = 72 \text{ кПа} \pm 5 \text{ кПа}$ (изобарически); $p_2 = 151 \text{ кПа} \pm 12 \text{ кПа}$ (изохорически).

2 Похоже на уборку снега

Некоторые особенности процесса сгребания снега бульдозером можно описать на основе следующей простейшей модели. Вдали от бульдозера (см. рис.) слой снега имеет линейную плотность ρ_0 и покоится. Бульдозер и часть снега, прилегающая к его щиту, движутся с постоянной скоростью v . На движущуюся часть действует сила трения, удовлетворяющая закону Кулона-Амонтона: $F_{\text{тр}} = \mu N$; коэффициент трения μ считается известным. Ускорение свободного падения равно g .



1. Пусть весь снег, вовлекаемый бульдозером в движение, распределяется в движущейся части со средней постоянной линейной плотностью ρ_1 . Бульдозер в состоянии развить мощность не более, чем W_0 . Найдите время t , в течение которого возможно движение бульдозера с постоянной скоростью v .
2. Пусть после того, как масса снега в движущейся части достигает некоторого значения M_0 , она перестаёт увеличиваться. При вовлечении в движение порции снега, такая же порция покидает движущуюся часть, скатываясь вбок относительно направления движения. Какую мощность W_1 должен развивать бульдозер при движении с постоянной скоростью v в этом случае?

Подсказка

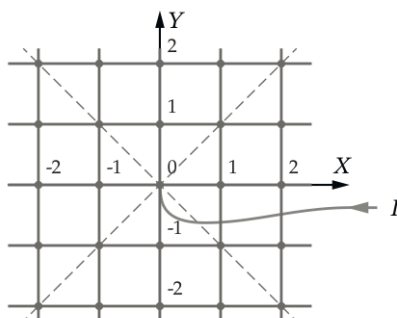
Граница между покоящимся и движущимся снегом перемещается со скоростью, отличной от v ; из сохранения массы найдите её и массу движущейся части как функцию времени. Сила тяги уравнивает трение и изменение импульса вовлекаемого снега.

Ответ

$$\text{А) } t = \frac{W_0}{\mu g v^2} \cdot \frac{\rho_1 - \rho_0}{\rho_1 \rho_0} - \frac{v}{\mu g}; \quad \text{Б) } W_1 = \mu M_0 g v + \rho_0 v^3.$$

3 Ну очень большая сетка

Сетка в форме квадрата состоит из очень большого количества ячеек. В узел с координатами $(0, 0)$, совпадающий с центром квадрата, втекает ток $I = 4$ А (см. рисунок). Сопротивление любого проводника, соединяющего соседние узлы сетки, равно 1 Ом.



1. Пусть узлы сетки на стороне большого квадрата подключены к специальному источнику напряжения, так что потенциалы узлов, лежащих на диагоналях (см. рис., пунктирные линии), равны нулю везде кроме центра квадрата, где потенциал равен 1 В. Определите потенциалы φ_{1k} в узлах с координатами $(k+1, k)$, и потенциалы φ_{2k} в узлах с координатами $(k+2, k)$ при $k \geq 0$.
2. Источник напряжения заменили на другой — ещё более специальный. Теперь потенциалы узлов и на диагоналях, и в центре равны нулю. Чему равны потенциалы φ_{1k} в узлах с координатами $(k+1, k)$, и потенциалы φ_{2k} в узлах с координатами $(k+2, k)$ при $k \geq 0$ в этом случае?

Подсказка

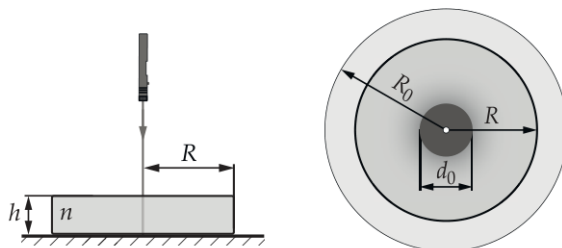
Воспользуйтесь симметрией сетки относительно диагоналей и осей и первым правилом Кирхгофа для узлов у диагонали; получите рекуррентные соотношения для потенциалов.

Ответ

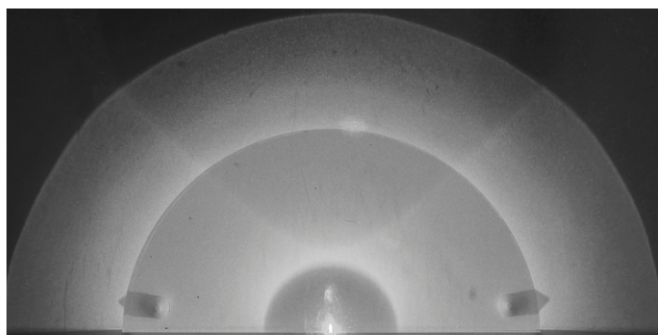
А) $\varphi_{1k} = 0$, $\varphi_{2k} = (-1)^{k+1}$ В; Б) $\varphi_{1k} = (-1)^{k+1}$ В, $\varphi_{2k} = 4(k+1) \cdot (-1)^{k+1}$ В.

4 Ореол и тёмный круг

На горизонтальной поверхности располагается диск радиусом R и толщиной h , сделанный из стекла с показателем преломления $n = 1,5$ (рис. ниже, слева). Нижняя матовая сторона диска отражает свет диффузно (иначе говоря, равномерно в любых направлениях). Верхняя и боковая поверхности диска тщательно отшлифованы. Луч мощной лазерной указки, освещающей диск, направлен вдоль его оси. При рассматривании диска сверху (рис. ниже, справа) наблюдаются: ярко выраженный тёмный круг с нечёткой границей диаметром d_0 и светлый ореол с резкой границей в виде концентрической с диском окружности радиусом R_0 .



Ниже вы видите фотографию, полученную при проведении опыта, похожего на описанный выше. Мощной лазерной указкой освещалась нижняя точка середины половинки стеклянного диска. Можно различить тёмный полукруг с размытой границей и светлый ореол с резкой границей.



1. Известно, что толщина диска равна $h = 14$ мм, а отношение радиусов диска и границы ореола равно $\frac{R_0}{R} \approx 1,65$ (это значение получается при измерениях по фотографиям опытов). Найдите радиус диска R .
2. Чем может быть обусловлено возникновение тёмного круга? Оцените его радиус r_0 , считая показатель преломления и толщину диска известными.

Примечание. Можно считать, что в условиях данной задачи для лучей, выходящих из стекла в воздух, от границы раздела отражается не более 10 % энергии падающего излучения, если величина угла падения меньше 37° .

Подсказка

Рассмотрите луч, вышедший из диффузно рассеивающей точки внизу и дошедший до края диска: какой путь проходит луч, формирующий резкую границу ореола, и под каким предельным углом он выходит? Тёмный круг связан с лучами, отражёнными от верхней поверхности.

Ответ

А) $R = \frac{h\sqrt{n^2 - 1}}{1 - (0,65n)^2} \approx 70$ мм; Б) $r_0 = 2h \operatorname{tg} \beta \approx 23$ мм ± 2 мм.

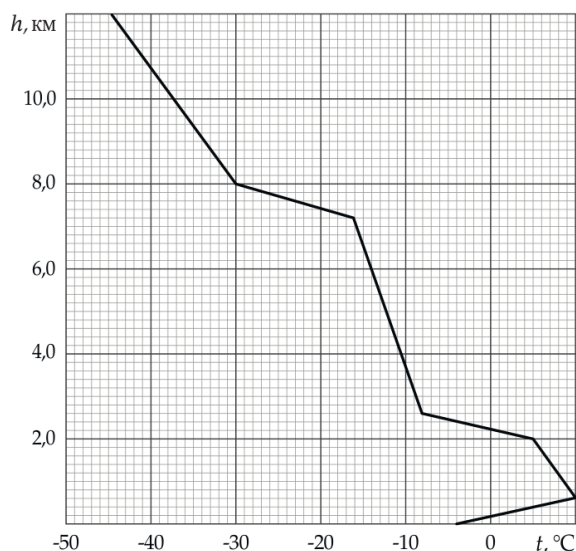
5 Устойчивость атмосферы

1. *Сухой адиабатой* называется такое распределение температуры $T_a(h)$ в атмосфере Земли, что при увеличении высоты малой порции (в метеорологии их называют частицами) сухого воздуха на небольшую величину Δh без теплообмена с окружающими частицами её температура изменяется на малую величину ΔT_a . Найдите ΔT_a , считая Δh известным. Ускорение свободного падения равно $g = 10$ м/с². Средние молярные масса и теплоёмкость воздуха при постоянном объёме равны: $\mu = 29$ г/моль и $c_V = 2,5R$ ($R = 8,3$ Дж/(моль·К)) соответственно. Движением воздушных масс можно пренебречь.

Указание. Для малых изменений параметров идеального газа (T, p, V) или (T, p, ρ) , где ρ — плотность, из уравнения состояния следуют формулы:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta p}{p} + \frac{\Delta V}{V}, \quad \frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta p}{p} - \frac{\Delta \rho}{\rho}.$$

2. В естественных условиях равновесное распределение температуры воздуха по высоте имеет сложный вид. Линия на графике ниже моделирует зависимость $t(h)$, возникшую в воздухе над городом X в день Y . В физике атмосферы принято откладывать температуру по горизонтальной оси.



Устойчивым является такое равновесное состояние воздуха в атмосфере, что при *адиабатическом* смещении частицы воздуха из положения равновесия по вертикали на небольшую величину Δh , действующие на неё силы стремятся вернуть эту частицу в положение равновесия. Укажите на графике границы (по высоте) участков устойчивой атмосферы. Воздух предлагается считать сухим, наличием паров воды и движением воздушных масс пренебречь, значения, заданные в части А задачи, можно считать известными.

Подсказка

Сравните плотность частицы, сместившейся вдоль сухой адиабаты, с плотностью окружающего воздуха на новой высоте: атмосфера устойчива, если частица оказывается тяжелее (при подъёме) окружающего воздуха.

Ответ

А) $\Delta T_a = -\frac{2\mu g}{7R} \Delta h \approx -10^\circ\text{C}/\text{км} \cdot \Delta h$; Б) атмосфера устойчива на высотах от 0 до 600 м, от 2000 м до 2600 м, от 7200 м до 8000 м.