

МОШ, 2021/22, заключительный этап, 10 класс

Условия, ответы и решения

1 Модель слinky

Несколько $(2N + 1)$ одинаковых маленьких шариков соединены одинаковыми невесомыми пружинками в цепочку (см. рисунок, $N = 3$). Пусть длина одной пружинки в недеформированном состоянии равна нулю, диаметр шарика пренебрежимо мал, а $N \gg 1$, тогда такая модельная конфигурация неплохо описывает некоторые свойства успокаивающей игрушки-пружины «слинки».



Известно, что если цепочка шариков с пружинками ($N \gg 1$) располагается на гладкой горизонтальной поверхности, один из крайних шариков удерживается, а на другой крайний шарик действует горизонтальная сила, равная силе тяжести цепочки, то длина цепочки оказывается равна L_0 . Здесь и далее речь идёт о статическом состоянии цепочки, при котором все шарики цепочки не движутся.

1. (4 балла) Чему будет равна длина цепочки, если её подвесить к потолку за один из концов?
2. (6 баллов) На каком расстоянии от потолка будет располагаться нижняя точка цепочки, если оба её конца закрепить на потолке на расстоянии D друг от друга? Какую форму примет цепочка? Назовите вид кривой.

Подсказка

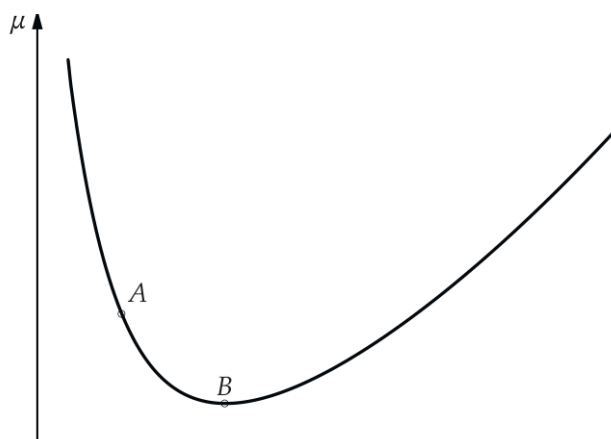
Растяжение каждой пружинки определяется весом всех шариков, висящих под ней. Сравните это с тем, как нагружена пружинка в горизонтальной цепочке.

Ответ

А) $L_A = \frac{L_0}{2}$; В) $L_B = \frac{L_0}{8}$, парабола.

2 КПД автомобиля

На рисунке, приведённом ниже (увеличенный вариант на дополнительном листе), вы видите фрагмент модельной зависимости расхода топлива μ (измеряемого в единицах объёма на единицу пройденного пути) некоторого особого автомобиля с двигателем внутреннего сгорания от квадрата его скорости. Расположение оси абсцисс (по которой откладывается величина v^2) неизвестно. Известно только, что она перпендикулярна оси ординат и направлена вправо по рисунку. Масштаб по оси ординат неизвестен, известно только её расположение.



КПД автомобиля, движущегося с некоторой постоянной скоростью, соответствующей т. A на графике, равен 6 %, а КПД автомобиля, движущегося с другой скоростью, соответствующей точке B , равен 18 %. Определите максимально возможный КПД автомобиля в диапазоне скоростей, для которых построен график.

Можно считать, что сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости автомобиля и направлена против скорости, трение качения пренебрежимо мало, колёса автомобиля по дороге не проскальзывают. Коэффициентом полезного действия в этой задаче мы называем долю энергии сгоревшего топлива (в процентах), которая расходуется на поддержание постоянной скорости автомобиля при движении по горизонтальной дороге.

Подсказка

Выразите КПД через μ и v^2 : полезная работа на единице пути пропорциональна v^2 , а энергия топлива — μ . Что тогда представляют собой линии постоянного КПД на графике?

Ответ

$$\eta_{\max} = (25,0 \pm 1,2) \%$$

3 Модель миража

Нижний мираж — это оптическое явление в атмосфере, при котором мнимое изображение неба и облаков наблюдается ниже поверхности земли, как бы отражаясь от расположенного на горизонтальной поверхности зеркала. Например, в солнечный день нагретая поверхность горизонтальной асфальтовой дороги на некотором расстоянии от наблюдателя может казаться покрытой лужами (в которых отражается небо и окружающий пейзаж), тогда как на самом деле дорога сухая. Это явление объясняется искривлением световых лучей в неравномерно нагретом воздухе вблизи дороги. В этой задаче можно считать, что вблизи поверхности асфальта лучи распространяются по дугам парабол, как показано на рисунке ниже.



Предполагая, что отклонение показателя преломления воздуха n от единицы на высоте h над дорогой пропорционально концентрации воздуха $N(h)$ на этой высоте: $n(h) - 1 \propto N(h)$, определите, на каком расстоянии от себя наблюдатель видит область «мокрого» асфальта.

В этой задаче предлагается считать, что температура воздуха уменьшается линейно с высотой от 50°C у поверхности дороги до 20°C на высоте 2 м. Глаза наблюдателя находятся на высоте 1,7 м. При температуре 20°C показатель преломления воздуха отличается от единицы на величину $\Delta n = 4 \cdot 10^{-4}$.

Подсказка

При постоянном давлении концентрация воздуха обратно пропорциональна абсолютной температуре. Закон преломления для слоистой среды сохраняет произведение $n \cos \alpha$, где α — угол луча с горизонтом.

Ответ

$$L = (215 \pm 10) \text{ м.}$$

4 Сжатие и расширение газа

В вертикальном цилиндре, закрытом поршнем, находится некоторое количество идеального газа, молярная теплоёмкость которого при постоянном объёме c_V в условиях этой задачи равна $\frac{5R}{2}$. Конструктивные особенности цилиндра таковы, что поршень может удерживаться неподвижно специальными защёлками в двух положениях 1 и 2, при этом в положении 1 объём газа под поршнем на 1 % больше, чем в положении 2.

Сначала поршень находится в положении 1, температура газа в цилиндре равна температуре окружающей среды. Поршень быстро (так что теплообмен с окружающей средой не успевает произойти) сдвигают в положение 2, в котором поршень фиксируется защёлками. После этого в течение некоторого времени происходит выравнивание температур газа и окружающей среды, а по окончании этого процесса поршень также быстро, как при сжатии газа, возвращается в положение 1, в котором он опять фиксируется защёлками, после чего некоторое время происходит теплообмен с окружающей средой и выравнивание температур. В итоге газ под поршнем возвращается в исходное состояние: его температура и объём становятся такие же, как в начале процесса.

Эта последовательность (иначе говоря, цикл) процессов, которые предлагается считать квазистатическими, повторяется многократно. Температуру окружающей среды можно считать почти постоянной в течение одного цикла.

1. (3 балла) Охладится или нагреется воздух, окружающий цилиндр, после многократного повторения описанного цикла?
2. (4 балла) Для одного цикла определите отношение абсолютной величины работы, совершённой газом, к количеству теплоты, которое газ отдаёт окружающей среде на участке охлаждения.

Указание. Для малых изменений параметров идеального газа (T, p, V) из уравнения состояния следует формула:

$$\nu R \Delta T = V \Delta p + p \Delta V,$$

где ν — количество вещества, а R — универсальная газовая постоянная.

Подсказка

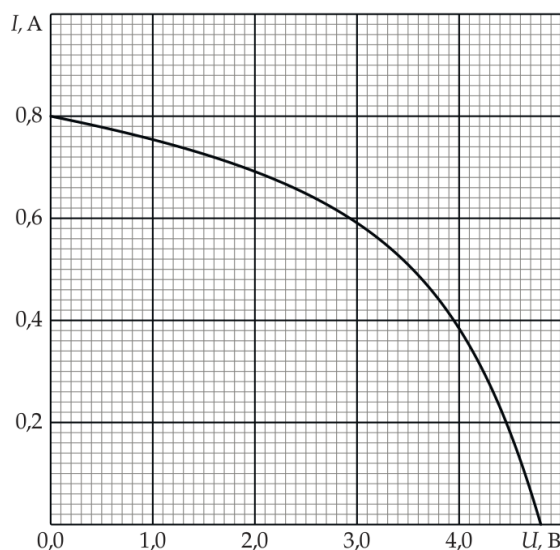
Изобразите цикл на pV -диаграмме: быстрые участки — адиабаты, медленные — изохоры. Работа за цикл равна площади получившейся узкой фигуры.

Ответ

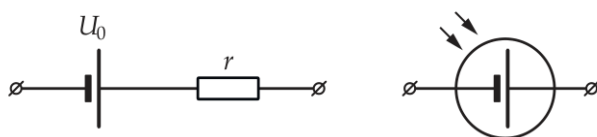
А) воздух, окружающий цилиндр, нагреется; В) $\frac{A}{Q} = (4,0 \pm 0,2) \cdot 10^{-3}$.

5 Источники

На графике, приведённом ниже, можно видеть вольт-амперную характеристику специального источника напряжения — зависимость силы тока I через этот источник от разности потенциалов U положительного и отрицательного полюсов.



ВАХ источника, изображённая на графике, похожа на ВАХ солнечной батареи, поэтому далее мы называем этот источник солнечным, а на схеме ниже обозначаем его батарейкой в круге. Другой источник напряжения (далее называем его обычным) состоит из идеальной батарейки с напряжением $U_0 = 2,4$ В между выводами и резистора сопротивлением $r = 3$ Ом, как показано на рисунке слева.



Солнечный и обычный источники можно соединить параллельно или последовательно (разными способами), тогда получится новый источник напряжения. Чему равен ток короткого замыкания этого нового источника? Если к нему подключить резистор сопротивлением $R = 1$ кОм, то чему будет равно напряжение на этом резисторе? Рассмотрите все возможные случаи.

Подсказка

Сложите характеристики источников графически: при последовательном соединении складываются напряжения при одном токе, при параллельном — токи при одном напряжении. Не забудьте про разную полярность включения.

Ответ

$$I_{\text{пос}}^{(1)} = (0,425 \pm 0,015) \text{ A}, I_{\text{пос}}^{(2)} = 0,8 \text{ A}, I_{\text{пар}}^{(1)} = 1,6 \text{ A}, I_{\text{пар}}^{(2)} = 0; \quad U_{\text{пос}}^{(1)} = 2,4 \text{ В}, U_{\text{пос}}^{(2)} = 7,2 \text{ В}, U_{\text{пар}}^{(1)} = (3,75 \pm 0,15) \text{ В}, U_{\text{пар}}^{(2)} = 0.$$