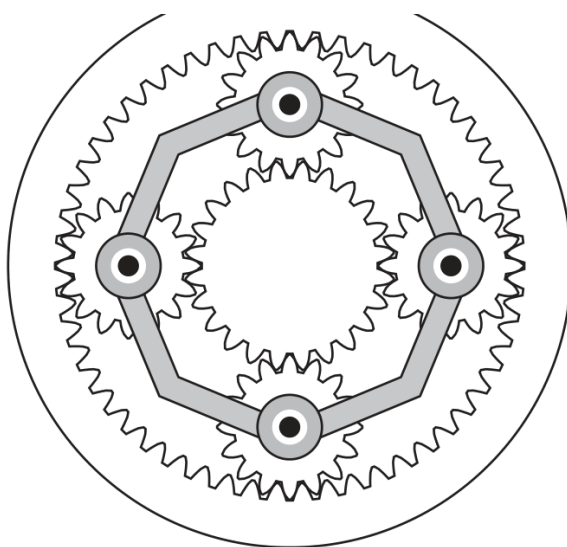


МОШ, 2021/22, заключительный этап, 9 класс

Условия, ответы и решения

1 Планетарная передача

Внешняя шестерня планетарной передачи (см. приведённый ниже рисунок из «Википедии») называется коронной, внутренняя — солнечной, жёсткое подвижное звено, на котором закреплены оси маленьких планетарных шестерёнок, называется водилом.



1. Если водило неподвижно, а солнечная шестерня вращается с частотой n оборотов в секунду, то с какой частотой вращается коронная шестерня?
2. Пусть солнечная и коронная шестерни вращаются в одну сторону, делая n и N оборотов в секунду соответственно. Чему равна частота вращения водила?

Подсказка

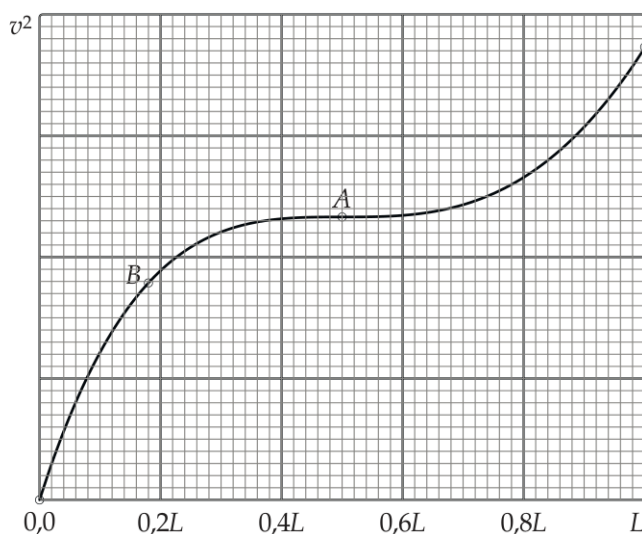
Скорости зубьев в точках зацепления одинаковы, поэтому частоты вращения шестерён обратно пропорциональны числам зубьев. Для пункта 2 перейдите в систему отсчёта, связанную с водилом.

Ответ

$$1) N_A = \frac{3n}{7}; \quad 2) N_B = \frac{3n + 7N}{10}.$$

2 Падение аппарата

В поле тяжести Земли вниз по вертикали из состояния покоя движется летательный аппарат, на который кроме силы тяжести может действовать только подъёмная сила, создаваемая двигателем, направленная вертикально и сложным образом меняющаяся со временем. На рисунке представлен график зависимости квадрата скорости аппарата от пройденного расстояния на начальном участке его движения длиной L . Числовые значения цены деления сетки по каждой из осей неизвестны. В нулевой момент времени двигатель аппарата не работает. Известно, что если бы двигатель вообще не включался, то аппарат прошёл бы расстояние L за время, равное 7,75 с.



Можно считать, что на рассматриваемом участке ускорение свободного падения равно 10 м/с^2 , а сила сопротивления воздуха пренебрежимо мала.

Найдите скорость и ускорение аппарата при его движении с включённым двигателем в моменты времени, соответствующие точкам A и B графика.

Подсказка

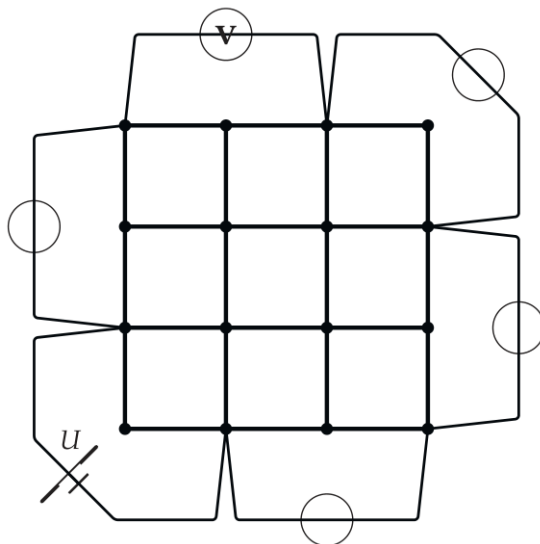
Пока двигатель не работает, $v^2 = 2gs$. Это даёт цену деления по оси v^2 . Ускорение связано с наклоном касательной к графику: $a = \frac{\Delta(v^2)}{2\Delta s}$.

Ответ

$$v_A = (30 \pm 3) \text{ м/с}, v_B = (27 \pm 3) \text{ м/с}; a_A = 0, a_B = (3,5 \pm 0,5) \text{ м/с}^2.$$

3 Опять приборы

В схеме, изображённой на рисунке, все приборы идеальные. Батарейка, напряжение между выводами которой равно $U = 6$ В, тоже идеальная. Сопротивление любого проводника, соединяющего соседние узлы сетки, равно 200 Ом. Сопротивление подводящих проводов, изображаемых тонкими линиями чёрного цвета, равно нулю. Найдите показания приборов.



Подсказка

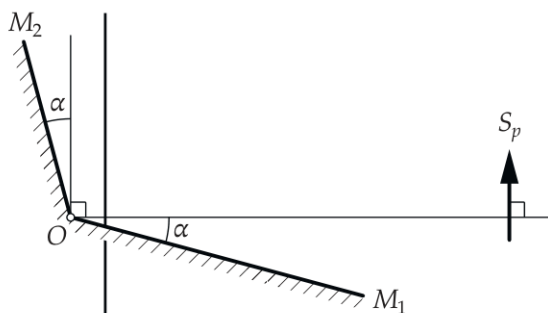
Подключённые к узлам сетки идеальные амперметры и провода можно считать проводами: некоторые узлы окажутся при этом эквипотенциальными. Перерисуйте схему в виде последовательных и параллельных соединений.

Ответ

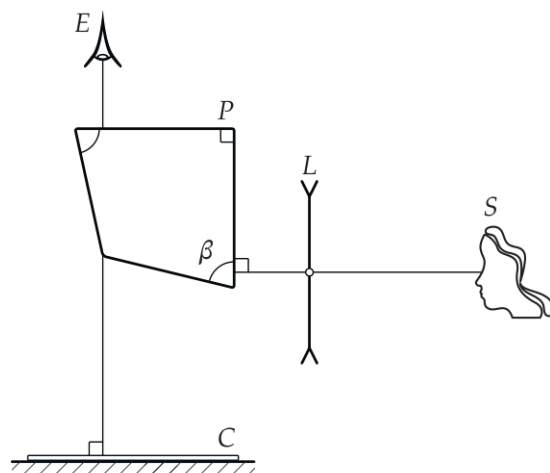
Показания амперметров равны 12 мА, 6,5 мА и 12 мА; показания вольтметров равны 3 В.

4 Камера-люцида

- Два плоских зеркала M_1O и M_2O образуют двугранный угол (см. рисунок), при этом плоскость зеркала M_1O составляет неизвестный угол α с горизонтальной прямой, а плоскость зеркала M_2O такой же угол α ($0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{4}$) с вертикальной прямой. Найдите такое значение (или значения, если их несколько) угла α , что изображение плоского предмета S_p , располагающегося вертикально, лежит в горизонтальной плоскости.



2. На рисунке, приведённом ниже, изображена оптическая схема камеры-люциды — устройства, которое раньше применялось для перерисовывания предметов, людей, пейзажей с натуры. Размеры на схеме непропорционально изменены. Глаз рисовальщика обозначен буквой E , а перерисовываемый объект — буквой S .



В устройстве используется рассеивающая линза L , а также призма P из стекла с показателем преломления $n = \frac{3}{2}$, имеющая в сечении четырёхугольник с одним прямым углом и двумя одинаковыми острыми углами, равными β . Рисовальщик смотрит вертикально вниз на лист бумаги C (на котором рисует).

Считайте, что расстояние от линзы L до изображаемого объекта S значительно больше, чем расстояние между E и C . Линейные размеры призмы существенно меньше расстояния от L до S и расстояния от глаза рисовальщика до листа.

Объясните, как работает это устройство. Чему равен угол β призмы, которая использовалась в этом устройстве, по вашему мнению? Какую роль играет рассеивающая линза?

Подсказка

В пункте 1 изображение в двух зеркалах поворачивается на удвоенный угол между ними. В пункте 2 подумайте, какие грани призмы работают как зеркала и на какой угол они в сумме должны повернуть ход лучей.

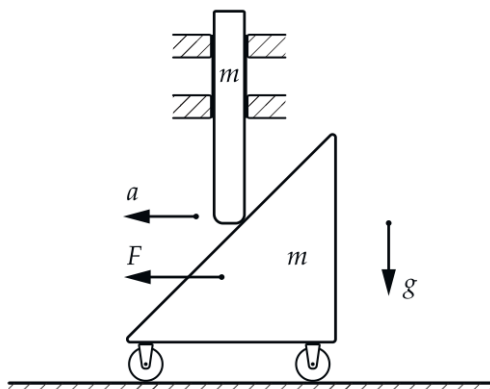
Ответ

1) $\alpha_1 = \frac{\pi}{8}$, $\alpha_2 = \frac{\pi}{4}$; 2) рассеивающая линза создаёт уменьшенное изображение предмета вблизи фокальной плоскости. Грани призмы, составляющие тупой угол, играют роль зеркал, поворачивая изображение на угол $\frac{\pi}{2}$, так что человек видит это изображение в плоскости листа, на котором он рисует. $\beta = \frac{3\pi}{8}$.

5 Клин и стержень

Верхняя грань клина массой $m = 3$ кг составляет угол $\alpha = 45^\circ$ с горизонтом. Клин снабжен лёгкими колесиками и стоит на горизонтальной поверхности (см. рисунок). Стержень массой m , расположенный вертикально, может двигаться только вверх-вниз вдоль вертикальных направляющих, не испытывая трения. Между стержнем и клином имеется трение, характеризующееся неизвестным коэффициентом μ . Если на клин действуют горизонтальной силой

$F = 102 \text{ Н}$ (как показано на рисунке), то клин и стержень движутся так, что касаются друг друга; ускорение клина сонаправлено силе и равно $a = 1 \text{ м/с}^2$. Ускорение свободного падения g считайте равным 10 м/с^2 .



1. Найдите коэффициент трения μ .
2. Какую горизонтальную силу F_1 нужно прикладывать к клину, чтобы он двигался с ускорением a в противоположную сторону?

Подсказка

Ускорения клина и стержня связаны геометрией: при сдвиге клина на x стержень смещается по вертикали на $x \tan \alpha$. Направление силы трения на стержне зависит от направления движения клина.

Ответ

1) $\mu = \frac{1}{2}$; 2) $F_1 = 6 \text{ Н}$.