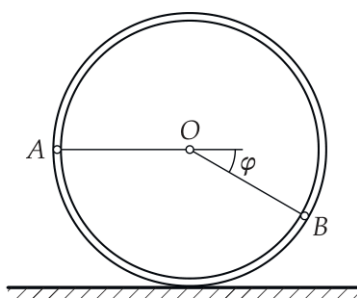


МОШ, 2022/23, отборочный этап, 11 класс

Условия, ответы и решения

1 Радиусы кривизны

Тонкий обруч радиусом 14,1 см катится без проскальзывания с постоянной скоростью по горизонтальной поверхности. Ответы на следующие вопросы дайте в сантиметрах, округлите до целого.



К задаче 1

1. Чему равен радиус кривизны траектории такой точки A обруча, что в данный момент вектор $\vec{OA}$ лежит в горизонтальной плоскости (см. рисунок)?
2. Найдите радиус кривизны траектории точки B обруча, для которой в рассматриваемый момент времени вектор $\vec{OB}$ составляет угол $\varphi = \frac{\pi}{6}$ с горизонталью.

Подсказка

Радиус кривизны равен $v^2/a_{\perp}$, где $a_{\perp}$ — нормальная к траектории составляющая ускорения. Ускорение точки обруча проще найти в системе отсчёта, движущейся со скоростью оси.

Ответ

1) $r_A = 2\sqrt{2}R \approx 40$ см; 2) $r_B = 2R \approx 28$ см.

Решение

Ускорение точки A в системе, движущейся со скоростью оси, и в лабораторной системе одинаковое. Оно равно $a_A = \omega^2 R$ и направлено горизонтально (ω — угловая скорость). Скорость точки A равна $v_A = \omega R\sqrt{2}$ и направлена под углом $\pi/4$ к горизонтали. Радиус кривизны траектории определяется из соотношения

$$r_A = \frac{v_A^2}{a_A^{(\perp)}} = \frac{v_A^2 \sqrt{2}}{a_A},$$

где $a_A^{(\perp)}$ — проекция ускорения на направление, перпендикулярное скорости. Таким образом, ответ: $r_A = 2\sqrt{2}R \approx 40$ см.

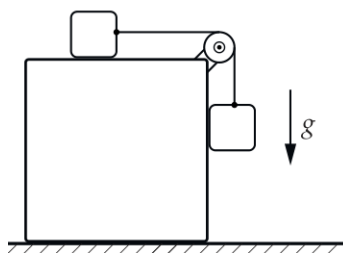
Рассуждая так же, как в пункте а), можно получить для радиуса кривизны траектории точки B соотношение

$$r_B = 4R \sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right),$$

из которого следует ответ: $r_B = 2R \approx 28$ см.

2 Куб и кубики

В механической системе, изображённой на рисунке, блок идеальный, нить невесомая и нерастяжимая, масса любого маленького кубика равна массе большого куба. В ответе на любой из вопросов задачи укажите номера всех столбцов таблицы (без запятых и пробелов), в которых стоят значения μ , удовлетворяющие условию.



К задаче 2

1. Пусть трение между маленькими кубиками и большим кубом отсутствует. При каких значениях коэффициента трения μ между горизонтальной поверхностью и большим кубом он будет оставаться в покое при движении маленьких кубиков?

покое при движении маленьких кубиков:

№	1	2	3	4	5	6
μ	0,08	0,15	0,22	0,29	0,35	0,50

2. Пусть коэффициент трения между верхним маленьким кубиком и большим кубом равен 0,25. При каких значениях коэффициента трения μ между горизонтальной поверхностью и большим кубом, последний будет оставаться в покое при движении маленьких кубиков?

№	1	2	3	4	5	6
μ	0,24	0,18	0,15	0,12	0,09	0,03

Подсказка

Большой куб неподвижен, пока горизонтальная сила, с которой на него действуют блок и верхний кубик, не превышает максимальной силы трения покоя. Найдите силу давления нити на ось блока через ускорение кубиков.

Ответ

1) 3456; 2) 123.

Решение

Критическое значение коэффициента трения в пункте а) находится из условия равенства горизонтальной составляющей силы давления на ось блока и максимальной силы трения покоя, действующей на большой куб. Это рассуждение приводит к соотношению

$$\mu_a(mg + mg + T_a) = T_a,$$

в котором T_a — сила натяжения нити, удовлетворяющая равенству

$$T_a = ma_a = m \cdot \frac{mg}{2m} = \frac{mg}{2}.$$

Таким образом, искомый коэффициент трения равен $\mu_a = 0,2$. Номера столбцов таблицы, содержащих значения, превышающие μ_a , а следовательно удовлетворяющие условию пункта а) задачи, — 3456 (без запятых и пробелов).

В условиях пункта б) задачи уравнение, из которого находится коэффициент трения, изменится (следует учесть, что на большой куб дополнительно будет действовать сила трения со стороны верхнего маленького кубика):

$$\mu_a(mg + mg + T_b) = T_b - \frac{mg}{4}.$$

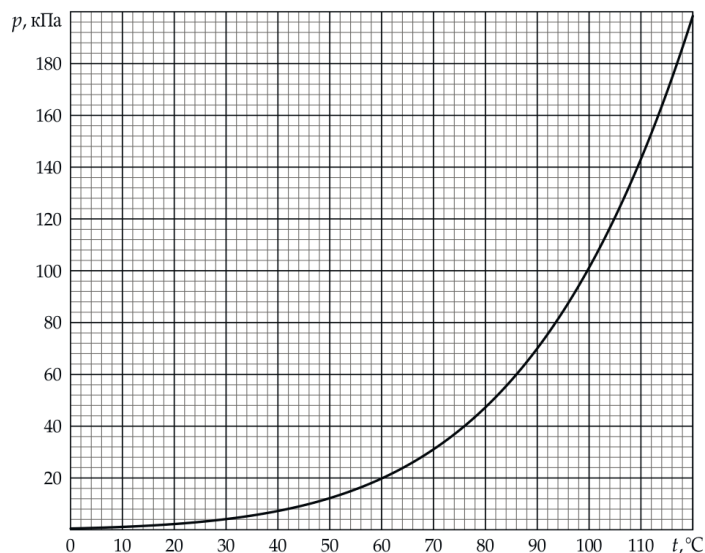
Значение силы натяжения в этом случае равно

$$T_b = ma_b + \frac{mg}{4} = m \cdot \frac{mg - \frac{mg}{4}}{2m} + \frac{mg}{4} = \frac{5mg}{8}.$$

Таким образом, предельное значение коэффициента трения оказывается равно $\mu_b = \frac{1}{7} \approx 0,142$, так что в этом случае подходящие значения стоят в первых трёх столбцах таблицы, поэтому ответ: 123.

3 Охлаждение влажного воздуха

В герметичном сосуде с жёсткими стенками находится влажный воздух при температуре 117 °С и давлении 200 кПа, при этом количество водяных паров равно количеству сухого воздуха. Сосуд медленно охлаждают. Зависимость давления насыщенных паров воды от температуры приведена на графике ниже. Объёмом образующейся в результате конденсации воды по сравнению с объёмом сосуда можно пренебречь.



В ответе на вопрос любого пункта задачи следует указывать номер столбца таблицы, в котором стоит значение, наиболее близкое к найденному вами.

1. Чему равна влажность воздуха φ в начальный момент?

№	1	2	3	4	5	6
φ , %	100	90	75	65	55	45

2. При какой температуре t начнётся конденсация пара?

№	1	2	3	4	5	6
t , °C	110	105	98	92	87	78

3. Чему будет равно давление p в сосуде при температуре 0 °C?

№	1	2	3	4	5	6
p , кПа	50	55	65	70	75	85

Подсказка

Пока конденсации нет, объём постоянен, и парциальное давление пара меняется пропорционально абсолютной температуре. Нанесите эту прямую на график давления насыщенных паров.

Ответ

1) 5; 2) 3; 3) 4.

Решение

В начальный момент количество паров равно количеству сухого воздуха, поэтому их парциальные давления равны 100 кПа. Давление насыщенного пара воды, судя по графику, при температуре 117 °C равно 180 кПа, следовательно относительная влажность воздуха в начальный момент равна $\varphi = \frac{100}{180} \approx 56$ %. Наиболее близкое к найденному значение стоит в столбце номер 5.

До начала конденсации парциальное давление пара при охлаждении изменяется также, как давление воздуха, — прямо пропорционально абсолютной температуре:

$$p_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{100 \text{ кПа}}{390} \cdot (t + 273),$$

где t — температура в градусах Цельсия. Построив прямую, задаваемую этой формулой, найдём точку её пересечения с кривой насыщения и определяем искомую температуру: $t \approx 98$ °C. Выбрать следует столбец номер 3.

При температуре 0 °C давление насыщенного пара воды составляет менее 2 кПа, в то же время парциальное давление сухого воздуха равно 70 кПа, следовательно подходящее значение стоит в столбце номер 4.

4 Получает и диссоциирует

В вертикальном сосуде под тяжёлым поршнем находится некоторое количество двухатомного газа. Сосуд обладает хорошей теплопроводностью, температура окружающей среды снаружи сосуда постоянна и равна T_0 . Молярную теплоёмкость газа при постоянном объёме можно считать равной $\frac{5R}{2}$, пренебрегая вкладом колебательных степеней свободы. Молекулы газа медленно и необратимо диссоциируют на атомы. Для разрыва химической связи между атомами в молекуле необходима энергия, равная $W_0 = kT_0$, где k — постоянная Больцмана ($kN_A = R$). Начальные значения давления и объёма газа равны: $p_0 = 10^5$ Па и $V_0 = 1$ л соответственно.

В ответе на вопрос любого пункта задачи следует указывать номер столбца таблицы, в котором стоит значение, наиболее близкое к найденному вами.

1. Чему будет равен объём V газа после окончания процесса диссоциации?

№	1	2	3	4	5	6
V , л	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0

2. Определите количество теплоты Q , полученное газом от окружающей среды за большое время после начала процесса.

№	1	2	3	4	5	6
Q , Дж	400	350	300	250	200	150

Подсказка

Давление газа под поршнем постоянно. Учтите, что при диссоциации энергия связи переходит в энергию теплового движения атомов с обратным знаком, а температура остаётся равной T_0 .

Ответ

- 1) 4 ($V = 2$ л); 2) 4 ($Q = 250$ Дж).

Решение

После полной диссоциации двухатомного газа количество вещества в сосуде увеличится в два раза, следовательно при постоянном давлении в два раза увеличится объём. Выбрать следует столбец номер 4.

Потенциальная энергия химической связи в двухатомной молекуле меньше нуля и по абсолютной величине равна W_0 , поэтому после диссоциации одной двухатомной молекулы суммарная энергия двух атомов оказывается больше энергии молекулы на величину ΔE , удовлетворяющую соотношению

$$\Delta E = 2 \cdot \frac{3kT_0}{2} - \frac{5kT_0}{2} + W_0 = \frac{3kT_0}{2}.$$

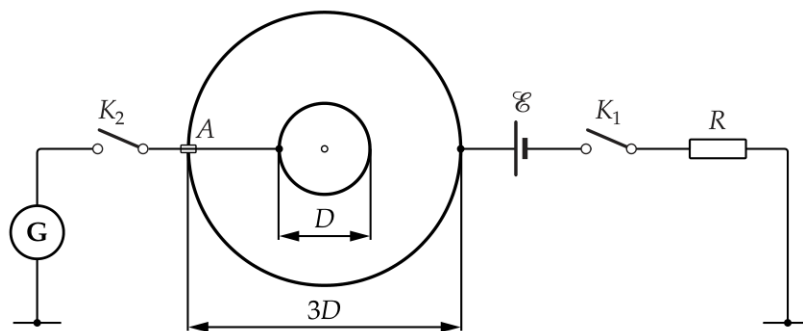
Таким образом, изменение внутренней энергии газа в сосуде после полной диссоциации молекул на атомы оказывается равно $\Delta U = \frac{3}{2}\nu RT_0$, где ν — начальное количество двухатомного газа. Учитывая, что газ также совершает работу, равную $A = p_0 V_0$, для количества теплоты из первого начала термодинамики имеем равенство

$$Q = \frac{3}{2}\nu RT_0 + p_0 V_0 = \frac{5}{2}p_0 V_0 = 250 \text{ Дж}.$$

Численный ответ совпадает со значением, стоящим в столбце номер 4.

5 Сферы с ключами

Две концентрические проводящие сферы соединены в цепь, показанную на рисунке, при этом параметры цепи удовлетворяют соотношениям: $\pi\epsilon_0 D = 10 \text{ мкФ}$, $\mathcal{E} = 10 \text{ В}$. В точке A во внешней сфере сделано отверстие, через которое пропущен изолированный провод, присоединённый к ключу K_2 . В начальный момент ключи K_1 и K_2 разомкнуты, а заряды сфер равны нулю. Сначала замыкают ключ K_1 . Ответы на вопросы задачи дайте в мДж, округлите до целого.



1. Какое количество теплоты выделится в цепи в процессе установления стационарного режима?

Спустя очень большое время после замыкания ключа K_1 , когда заряд внешней сферы перестанет изменяться, замыкают ключ K_2 .

2. Какую работу совершит батарея в процессе установления стационарного режима после замыкания ключа K_2 ?

Подсказка

Внешняя сфера — уединённый шар с ёмкостью, пропорциональной радиусу. После замыкания K_2 внутренняя сфера оказывается заземлённой: её потенциал равен нулю, поэтому на ней появляется индуцированный заряд.

Ответ

1) $Q = 3 \text{ мДж}$; 2) $A_2 = 3 \text{ мДж}$.

Решение

После замыкания ключа K_1 на внешней сфере возникает заряд $q_1 = 6\pi\epsilon_0 D\mathcal{E}$. Энергия электростатического взаимодействия зарядов сферы оказывается равна $W_1 = \frac{\mathcal{E}q_1}{2}$, при этом батарея совершает работу $A_1 = \mathcal{E}q_1$ по перемещению заряда q_1 . Из закона сохранения энергии следует, что количество теплоты, выделяющееся в цепи, равно

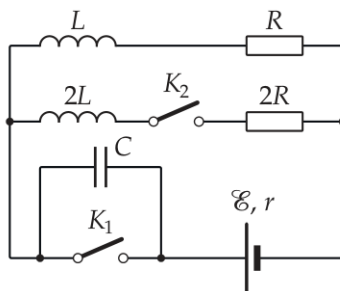
$$Q = A_1 - W_1 = 3\pi\epsilon_0 D\mathcal{E}^2 = 3 \text{ мДж}.$$

После замыкания ключа K_2 заряд на внешней сфере изменится и станет равен q_2 , при этом на внутренней сфере возникнет некоторый заряд q' . Из условия равенства нулю потенциала внутренней сферы получим равенство $q' = -\frac{q_2}{3}$. Теперь можно определить заряд внешней сферы, приравняв потенциал, создаваемый на ней зарядами q' и q_2 , значению ЭДС источника. В итоге получим: $q_2 = 9\pi\epsilon_0 D\mathcal{E}$, так что искомая работа батареи равна

$$A_2 = \mathcal{E}(q_2 - q_1) = 3\pi\epsilon_0 D\mathcal{E}^2 = 3 \text{ мДж}.$$

6 Заряд и теплота

В цепи, изображённой на рисунке, в начальный момент ключ K_1 замкнут, ключ K_2 разомкнут, ток через батарею со временем не изменяется. Обозначенные на рисунке параметры равны: $\mathcal{E} = 10$ В, $R = r = 10$ Ом, $L = 6$ мГн, $C = 120$ мкФ. В некоторый момент времени ключ K_2 замыкают и сразу же после этого (практически, мгновенно) размыкают ключ K_1 . Далее в цепи происходит переходный процесс и в результате заряд конденсатора перестаёт изменяться.



1. Какой заряд q_1 протекает через катушку индуктивностью L в переходном процессе? Ответ дайте в мкКл, округлите до целого.
2. Найдите количество теплоты Q , выделяющееся в цепи в процессе установления заряда конденсатора. Ответ дайте в мДж, округлите до целого.

Подсказка

Токи через катушки при мгновенном переключении не меняются скачком. Проинтегрируйте по времени уравнение для напряжений в контуре из двух катушек и резисторов, а для теплоты используйте закон сохранения энергии.

Ответ

- 1) $q_1 = 900$ мкКл; 2) $Q \approx 7$ мДж (6,75 мДж).

Решение

Если i_1 и i_2 — токи, текущие через катушки индуктивностью L и $2L$ соответственно в переходном процессе, то справедливо соотношение

$$2L di_2 - L di_1 = r(dq_1 - 2dq_2),$$

где dq_1 и dq_2 — заряды, протекающие через катушки индуктивностью L и $2L$ за бесконечно малое время dt . Проинтегрировав это уравнение, получаем равенство

$$2L \Delta i_2 - L \Delta i_1 = r(q_1 - 2q_2),$$

в котором $\Delta i_2 = 0$, а $\Delta i_1 = \frac{\mathcal{E}}{2r}$. Протекающие через катушки заряды связаны соотношением

$$C\mathcal{E} = q_1 + q_2,$$

которое позволяет исключить заряд q_2 и получить после простых преобразований ответ

$$q_1 = \frac{L\mathcal{E}}{6r^2} + \frac{2C\mathcal{E}}{3} = 900 \text{ мкКл.}$$

Записав уравнение, отражающее закон сохранения энергии

$$\frac{C\mathcal{E}^2}{2} = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} - \frac{L\mathcal{E}^2}{8r^2} + Q,$$

легко получим ответ:

$$Q = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} \left(1 + \frac{L}{4Cr^2} \right) = 6,75 \text{ мДж} \approx 7 \text{ мДж}.$$

7 Неупругие частицы

В невесомости вдали от других тел происходит столкновение двух частиц одинаковой массы, одна из которых до столкновения покоится. Известно, что в процессе столкновения суммарная внутренняя энергия частиц увеличивается на величину E_0 (энергия возбуждения).

- Чему должно быть равно отношение $k = \frac{E}{E_0}$ кинетической энергии налетающей частицы к энергии возбуждения для того, чтобы после столкновения величина скорости налетающей частицы оказалась равна $\frac{1}{3}$ скорости до столкновения при этом направление скорости осталось бы таким же, как и до столкновения?

№	1	2	3	4	5	6
k	1,2	1,5	1,8	2,0	2,3	2,5

- Пусть кинетическая энергия налетающей частицы равна $3E_0$. Определите максимальный угол $\beta_{\max}$ между скоростями частиц после столкновения.

№	1	2	3	4	5	6
$\beta_{\max}$	15°	30°	45°	60°	75°	80°

В каждом из пунктов в ответе на вопрос укажите номер столбца таблицы, в котором стоит значение, наиболее близкое к найденному вами.

Подсказка

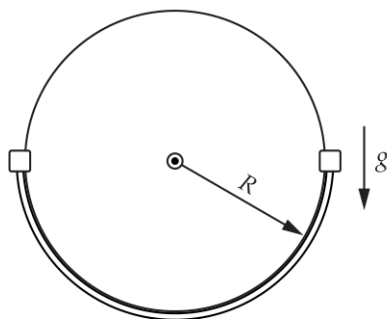
Запишите законы сохранения импульса и энергии с учётом E_0 . Во втором пункте угол между скоростями связан с квадратом скорости налетающей частицы после удара через теорему косинусов для треугольника импульсов.

Ответ

1) 5; 2) 4.

8 Колебания дуги

Диск радиусом $R = 10$ см пренебрежимо малой массы может вращаться без трения вокруг закреплённой горизонтальной оси. Однородная проволоочная дуга в виде полуокружности радиусом R , а также два одинаковых груза, суммарная масса которых равна массе дуги, закреплены на ободе диска (см. рисунок). Определите период колебаний диска вблизи положения равновесия. Ускорение свободного падения равно 10 м/с^2 , диаметр проволоки и размеры грузов пренебрежимо малы по сравнению с радиусом диска. Ответ дайте в секундах, округлите до десятых.



Подсказка

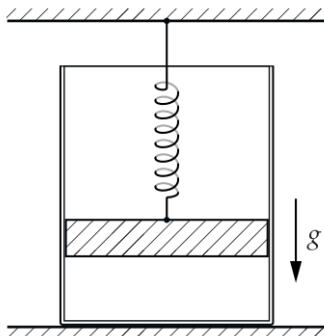
Найдите положение центра масс всей системы (дуга плюс грузы) и момент инерции относительно оси; далее — физический маятник.

Ответ

$$T \approx 1,1 \text{ с.}$$

9 В цилиндре под поршнем на пружине

В вакууме на теплоизолирующей подставке установлен вертикальный теплоизолированный цилиндр, закрытый тяжёлым поршнем, подвешенным на пружине (см. рисунок). Поршень может скользить в цилиндре без трения. В случае если между дном цилиндра и поршнем газ отсутствует, поршень располагается в состоянии равновесия у дна цилиндра, при этом пружина растянута на длину $l_0 = 10 \text{ см}$.



Под поршень вводится порция одноатомного идеального газа при температуре $T_0 = 200 \text{ К}$, в результате поршень располагается на расстоянии l_0 от дна цилиндра.

Теплоёмкостью цилиндра и поршня можно пренебречь. Универсальная газовая постоянная R равна $8,3 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$.

1. К газу под поршнем медленно подводится такое количество теплоты, что поршень перемещается вверх на расстояние $\frac{l_0}{2}$. На сколько увеличивается температура газа под поршнем? Ответ дайте в градусах Кельвина, округлите до целого.
2. Найдите молярную теплоёмкость газа c в начальном состоянии. В ответе на вопрос укажите номер столбца таблицы, в котором стоит значение, наиболее близкое к найденному вами.

№	1	2	3	4	5	6
$c, \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$	8	13	15	17	21	25

Подсказка

Сила давления газа на поршень уравновешена разностью веса поршня и силы пружины, поэтому давление линейно зависит от высоты поршня. Выразите pV через l и примените первое начало термодинамики.

Ответ

1) $\Delta T = 250 \text{ К}$; 2) 4.

10 Заряды сфер

Две проводящие концентрические сферы радиусами R и $3R$ заземлены. В пространстве между сферами на расстоянии $2R$ от их общего центра находится маленький шарик с зарядом q ($q > 0$).

1. Найдите отношение $k_a = \frac{|q_R^{(a)}|}{q}$ модуля заряда внутренней сферы к заряду шарика.
2. Внешнюю сферу подключили к положительному выводу батарейки с ЭДС $\mathcal{E} = \frac{q}{12\pi\epsilon_0 R}$.

Отрицательный вывод батарейки заземлили. Определите отношение $k_b = \frac{|q_{3R}^{(b)}|}{q}$ модуля заряда внешней сферы к заряду шарика в этом случае. Внутренняя сфера, как и в первом случае, остаётся заземлённой.

Ответы на вопросы задачи округлите до сотых.

Подсказка

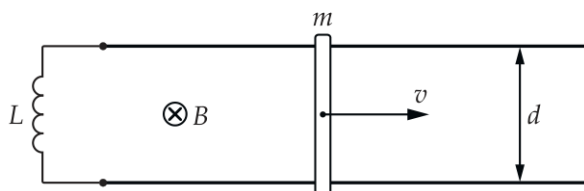
Заряд на заземлённой сфере определяется условием нулевого потенциала сферы (например, в её центре). Для пункта б) примените принцип суперпозиции: решение а) плюс решение для заряженной внешней сферы при заземлённых внутренней сфере и шарике.

Ответ

1) $k_a = 0,25$; 2) $k_b = 0,75$.

11 Замкнуты перемычкой и катушкой

Два длинных прямолинейных проводника располагаются в одной горизонтальной плоскости в вертикальном магнитном поле с индукцией $B = 0,1 \text{ Тл}$ на расстоянии $d = 10 \text{ см}$ друг от друга. Концы проводников соединены с катушкой с индуктивностью $L = 0,1 \text{ Гн}$. На некотором расстоянии от катушки на проводниках лежит хорошо проводящая перемычка массой $m = 25 \text{ г}$. Перемычка располагается перпендикулярно проводникам и может скользить по ним, не испытывая трения (см. рисунок). В начальный момент времени перемычке сообщается скорость $v = 0,1 \text{ м/с}$ в направлении от катушки.



Пренебрегая активным сопротивлением перемычки, катушки и проводников, ответьте на следующие вопросы.

1. Через какое минимальное время скорость перемычки станет равна нулю? Ответ выразите в секундах, округлите до целого.
2. На каком расстоянии от начального положения будет находиться перемычка в момент, когда её скорость станет равна нулю? Ответ выразите в сантиметрах, округлите до целого.

Подсказка

Закон Фарадея для контура без сопротивления даёт $Li + Bdx = 0$, значит, сила на перемычку линейна по смещению: это гармонические колебания.

Ответ

- 1) 8 с; 2) 50 см.

12 Зеркало за линзой

В тонкой линзе получено мнимое уменьшенное изображение небольшого предмета, лежащего на главной оптической оси на расстоянии $a = 10$ см от линзы. Увеличение изображения равно $\Gamma_0 = \frac{1}{2}$. Параллельно линзе на расстоянии $\frac{f}{2}$ от неё (f — абсолютная величина фокусного расстояния линзы) размещают плоское зеркало таким образом, что предмет и зеркало располагаются по разные стороны от линзы.

1. На каком расстоянии b от линзы находится изображение предмета в этой оптической системе? Ответ выразите в сантиметрах, округлите до целого.
2. Чему равно увеличение Γ_1 , с которым предмет изображается в этой оптической системе? Ответ округлите до десятых.

Подсказка

Сначала по Γ_0 и a найдите фокусное расстояние рассеивающей линзы. Свет проходит линзу, отражается от зеркала и ещё раз проходит линзу: постройте последовательно три изображения.

Ответ

- 1) $b = 6$ см; 2) $\Gamma_1 = 0,2$.

Источник: Московская олимпиада школьников по физике, 2022/23, отборочный этап, 11 класс — условия (1), условия (2), решения (1), решения (2). Задачи перенабраны на botay.pro, решения — по официальным.