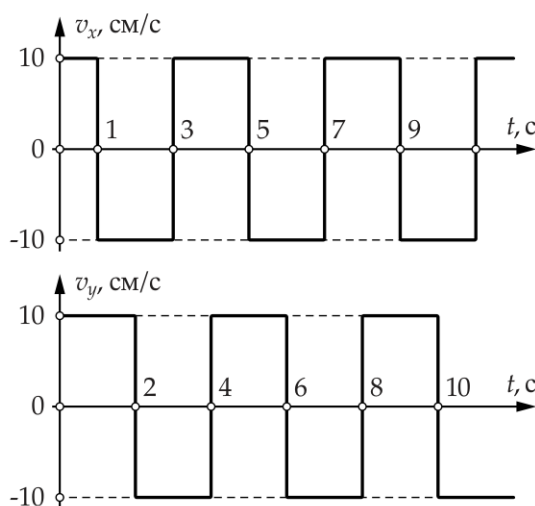


МОШ, 2022/23, отборочный этап, 9 класс

Условия, ответы и решения

1 Максимальное расстояние

Маленькое тело движется по плоскости так, что проекции вектора его скорости на оси OX и OY декартовой системы координат меняются периодически, как показано на графиках, представленных на рисунке. Определите наибольшее расстояние между точками траектории, в которых тело может побывать в течение первых десяти секунд движения. Ответ выразите в см, округлите до целого.



Подсказка

Постройте траекторию: на каждом интервале в одну секунду скорость тела постоянна, а при переходе от интервала к интервалу меняется знак одной из проекций. Какая фигура получается?

Ответ

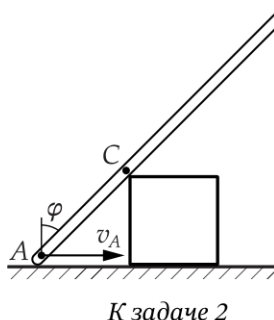
$S_{\max} = 20$ см.

Решение

Траектория — квадрат с длиной стороны $10\sqrt{2}$ см. Наибольшее расстояние $S_{\max}$ равно длине диагонали. Таким образом, $S_{\max} = 20$ см.

2 Скорость конца палочки

Палочка AB движется так, что в любой момент времени в процессе движения она касается неподвижного кубика (см. рисунок). Конец A палочки скользит по горизонтальной поверхности с постоянной скоростью $v_A = 12$ см/с. Найдите скорость v_B конца B палочки в тот момент времени, когда палочка касается кубика в такой точке C , что длина отрезка AC вдвое меньше длины отрезка BC , при этом угол φ в этот момент оказывается равен 45° . Ответ выразите в см/с, округлите до целого.



Подсказка

Найдите мгновенный центр вращения палочки: скорость точки A горизонтальна, а скорость точки касания C направлена вдоль палочки.

Ответ

$v_B \approx 19$ см/с.

Решение

Обозначим $AC = x$, тогда мгновенный центр вращения палочки лежит на вертикальной прямой, проходящей через точку A , на расстоянии $S_A = x\sqrt{2}$ от неё. Можно показать, что расстояние от мгновенного центра вращения до точки B равно $S_B = x\sqrt{5}$, следовательно, искомая скорость равна

$$v_B = v_A \cdot \frac{S_B}{S_A} \approx 19 \text{ см/с.}$$

3 Путевая и мгновенная скорости

Металлический шарик после выстрела из игрушечной пушки движется вертикально вверх в поле тяжести Земли. Начальная скорость шарика равна 28 м/с. Считая, что ускорение свободного падения равно 10 м/с², найдите, через какое время после начала движения мгновенная скорость шарика станет равна средней путевой скорости. Сопротивлением воздуха можно пренебречь. Средняя путевая скорость (по определению) есть отношение пройденного пути к времени его прохождения. Ответ выразите в секундах, округлите до целого.

Подсказка

Мгновенная скорость сравнивается со средней путевой уже после верхней точки подъёма. Запишите путь за время $t > v_0/g$ как сумму пути вверх и пути вниз.

Ответ

$$t \approx 4 \text{ с.}$$

Решение

Легко видеть, что искомое время t удовлетворяет неравенству $t > v_0/g$. Тогда пройденный за время t путь равен

$$L(t) = \frac{v_0^2}{g} + \frac{gt^2}{2} - v_0t,$$

а мгновенная скорость равна

$$v(t) = gt - v_0.$$

Приравняв среднюю путевую скорость $v_L = L(t)/t$ мгновенной, получим уравнение, решив которое найдём ответ: $t = \frac{v_0}{g}\sqrt{2} \approx 4 \text{ с.}$

4 Банки с тающим льдом

В просторном хорошо проветриваемом помещении на столе стоят три одинаковые банки. В каждой банке содержится смесь воды и льда. Масса смеси в каждой банке — одинаковая, и масса льда в каждой банке тоже одинаковая. Три одинаковых нагревательных элемента погружены в банки. Элемент, погружённый в первую банку, соединён через ключ с аккумулятором с напряжением U на выводах, элемент, погружённый во вторую банку, соединён через ключ с аккумулятором с напряжением $2U$, а погружённый в третью — с аккумулятором с напряжением $3U$. Внутреннее сопротивление аккумуляторов пренебрежимо мало. Ключи одновременно замыкают. Известно, что в третьей банке лёд полностью растаял через 7 минут после замыкания ключа, а во второй — через 17 минут. Через какое время t_1 лёд в первой банке растаял полностью? Считайте, что во время таяния льда смесь в каждой из банок перемешивается, так что температуры смеси в разных точках одной банки оказываются равны. Мощность теплоотдачи пропорциональна разности температур банки и окружающей среды. В ответе к задаче укажите номер столбца таблицы, в котором стоит значение времени t_1 , наиболее близкое к найденному вами.

Значения t_1 , мин, по номерам столбцов: 1) 150; 2) 120; 3) 90; 4) 60; 5) 45; 6) 30.

Подсказка

Пока лёд тает, температура смеси остаётся 0°C , поэтому мощность теплоотдачи в окружающую среду одна и та же во всех банках. Для таяния нужна одна и та же теплота.

Ответ

$$t_1 = 119 \text{ мин; столбец 2.}$$

Решение

Обозначим через P мощность теплоотдачи (одинаковую для всех банок) в окружающую среду. Тогда справедливо соотношение

$$17 \left(\frac{4U^2}{R} - P \right) = 7 \left(\frac{9U^2}{R} - P \right),$$

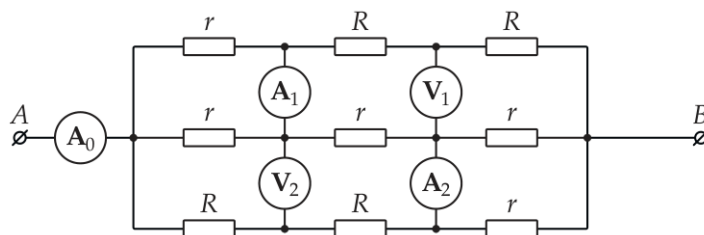
из которого следует равенство $\frac{U^2}{R} = 2P$. Искомое время находится из уравнения

$$t_2 \left(\frac{4U^2}{R} - P \right) = t_1 \left(\frac{U^2}{R} - P \right),$$

где $t_2 = 17$ мин; оно легко решается с учётом найденного равенства. Ответ: $t_1 = 7 \cdot 17$ мин = 119 мин. Наиболее близкое (к найденному) значение стоит в столбце 2 таблицы.

5 Опять приборы

Выводы цепи, схема которой показана на рисунке ниже, подключены к специальному источнику напряжения, так что амперметр A_0 показывает ток $I_0 = 4$ мА, а вольтметр V_1 — напряжение $U_1 = 2$ В. Все приборы в этой цепи идеальные, а значения r и R сопротивлений резисторов связаны соотношением $r = 4R$.



1. (2 балла) Определите напряжение между выводами A и B . Ответ выразите в вольтах, округлите до целого.
2. (2 балла) Чему равно сопротивление R ? Ответ выразите в килоомах, округлите до целого.
3. (1 балл) Найдите показания амперметров A_1 и A_2 . Ответ дайте в миллиамперах, округлите до целого.

Подсказка

Идеальные амперметры можно заменить проводами, а идеальные вольтметры — убрать из схемы. Что тогда получится из цепи?

Ответ

- 1) $U_{AB} = 8$ В; 2) $R = 1$ кОм; 3) $I_1 = I_2 = 1$ мА.

Решение

После преобразований цепь сводится к параллельному соединению резисторов сопротивлением $4R$, поэтому сопротивление цепи между выводами A и B равно $R_{AB} = 2R$. Напряжение, измеряемое вольтметром, равно $U_1 = U_{AB}/4$, откуда следует ответ на первый вопрос: $U_{AB} = 8$ В. Сопротивление R теперь легко находится: $R = \frac{U_{AB}}{2I_0} = 1$ кОм. Ток, текущий через любой из амперметров A_1 или A_2 , равен четверти тока, текущего через амперметр A_0 : $I_1 = I_2 = I_0/4 = 1$ мА.

6 Бросают из окна

Из окна десятого этажа многоквартирного дома бросили небольшой шарик со скоростью $v = 6,5$ м/с, так что величина перемещения шарика за первую секунду движения составила 6,5 м. Считая ускорение свободного падения равным 10 м/с², а также пренебрегая силой сопротивления воздуха, ответьте на следующие вопросы.

1. (2 балла) На какую наибольшую высоту поднимается шарик относительно начальной точки в процессе движения? Ответ выразите в сантиметрах, округлите до целого.

2. (3 балла) Чему равна абсолютная величина перемещения шарика за вторую секунду движения, если известно, что за это время шарик не достигает поверхности земли? Ответ выразите в метрах, округлите до целого

На земле у дома под окном находится газон. Шарик бросали ночью, так что при его падении на землю никто не пострадал.

Подсказка

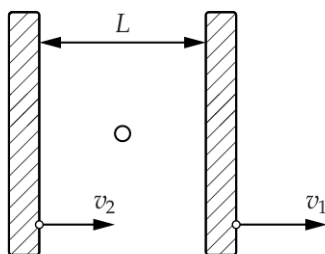
Скорость шарика не обязательно вертикальна: из перемещения за первую секунду найдите угол броска.

Ответ

- 1) 31 см; 2) 14 м.

7 Столкновения с плитами

Две одинаковые массивные плиты, движущиеся в пустоте, в нулевой момент времени располагаются параллельно друг другу на расстоянии $L = 20$ см. Скорости плит равны $v_1 = 2022$ мм/с и $v_2 = 1992$ мм/с и направлены перпендикулярно плитам в одну сторону (см. рисунок). В нулевой момент в пространстве между плитами покоится маленькая шайба. Столкновение шайбы с любой из плит можно считать абсолютно упругим: нормальная составляющая скорости шайбы относительно плиты в процессе столкновения меняет знак, а тангенциальная остаётся постоянной. Скорости плит при столкновениях не меняются. Гравитационным взаимодействием можно пренебречь.



К задаче 2

1. (3 балла) Найдите скорость шайбы в момент времени $t = 10^4$ с. Ответ выразите в мм/с, округлите до целого.
2. (3 балла) Сколько раз к моменту времени $t = 10^4$ с шайба столкнётся с плитой, движущейся со скоростью v_1 ?

Подсказка

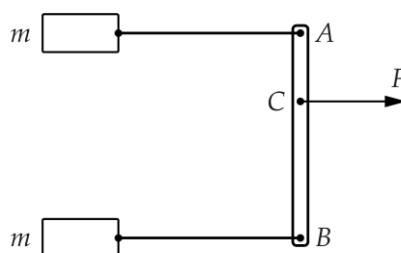
Перейдите в систему отсчёта одной из плит и проследите, как меняется скорость шайбы при каждом отражении от движущейся стенки.

Ответ

- 1) 2004 мм/с; 2) 33.

8 Ускорения

Очень лёгкая, но жёсткая планка AB лежит на гладкой горизонтальной поверхности. К планке на её концах, в точках A и B , присоединены невесомые нерастяжимые нитки. К каждой нитке с другой стороны привязан груз массой $m = 1$ кг (см. рисунок). Сила $F = 3,6$ Н, направленная перпендикулярно планке, прикладывается к такой точке C , что $BC = 2AC$ (см. рисунок). Всеми видами трения в этой задаче можно пренебречь.



К задаче 3

1. (3 балла) Найдите ускорения a_A и a_B грузов, присоединённых к точкам A и B соответственно, сразу после начала действия силы F . Ответы выразите в м/с^2 , округлите до целых и запишите в строку друг за другом без запятых и пробелов. Например, если $a_A = 0,2 \text{ м/с}^2 \approx 0 \text{ м/с}^2$, а $a_B = 3,2 \text{ м/с}^2 \approx 3 \text{ м/с}^2$, то в ответе следует указать «03».
2. (4 балла) Определите ускорение точки C сразу после начала действия силы F . Ответ выразите в м/с^2 , округлите до целого.

Подсказка

Планка очень лёгкая, значит, равнодействующая приложенных к ней сил и сумма их моментов равны нулю. Что это говорит о силах натяжения нитей?

Ответ

1) «21» ($a_A = 2 \text{ м/с}^2$, $a_B = 1 \text{ м/с}^2$); 2) 2 м/с^2 .

9 Тройные звёзды

Тройной звездой назовём три материальные точки одинаковой массы, движущиеся с постоянными по величине скоростями по окружности вокруг общего центра масс. Точки находятся на одинаковом расстоянии друг от друга и взаимодействуют только гравитационно. Можно считать, что рядом с тройной звездой никаких других тел нет.

Рассмотрим две тройные звезды одинаковых размеров. Массы материальных точек второй звезды в 10 раз больше масс материальных точек первой звезды. Определите отношение скоростей v_2/v_1 материальных точек второй и первой звёзд. Ответ округлите до целого.

Подсказка

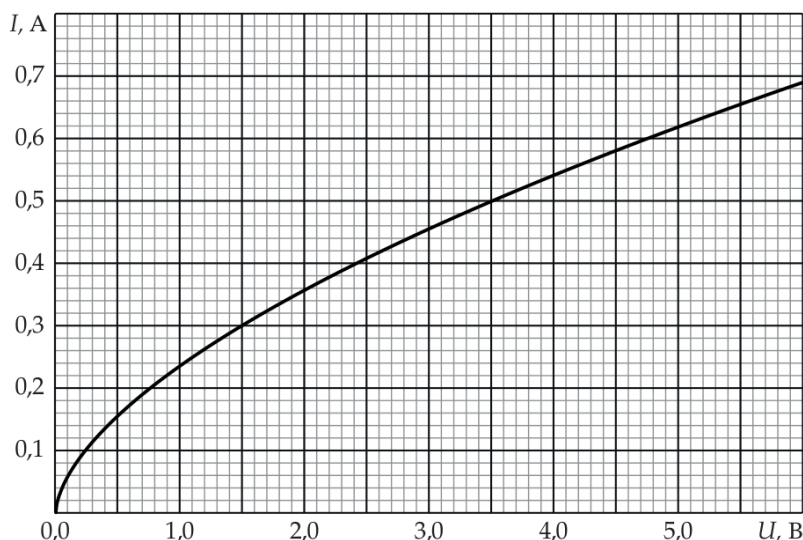
Запишите второй закон Ньютона для одной точки: центростремительное ускорение создаётся суммой сил притяжения двух других точек. Как результат зависит от массы?

Ответ

$v_2/v_1 \approx 3$.

10 Характеристика лампы

На рисунке, представленном ниже, вы видите вольт-амперную характеристику лампочки накаливания. Известно, что если подключить эту лампочку к идеальному источнику, напряжение между выводами которого равно 5 В, то при температуре в комнате вдали от лампочки $t_0 = 20^\circ\text{C}$ температура лампочки t_1 установится на $\Delta t = 32^\circ\text{C}$ выше комнатной. Лампочку соединяют последовательно с резистором сопротивлением 3 Ом и подключают образовавшуюся цепь к тому же идеальному источнику с напряжением 5 В, что и в первом случае.



- (2 балла) Найдите величину I силы тока, текущего через резистор. Варианты I , А, по номерам столбцов: 1) 0,62; 2) 0,55; 3) 0,50; 4) 0,40; 5) 0,36; 6) 0,32.
- (3 балла) Считая мощность теплоотдачи с поверхности лампочки пропорциональной разности температур лампочки и окружающей среды вдали от лампочки, найдите температуру t_2 лампочки. Варианты t_2 , $^\circ\text{C}$, по номерам столбцов: 1) 52; 2) 45; 3) 42; 4) 38; 5) 32; 6) 28.

В каждом из пунктов в ответе на вопрос укажите номер столбца таблицы, в котором стоит значение, наиболее близкое к найденному вами.

Подсказка

Для цепи с резистором проведите на графике лампы нагрузочную прямую $U = 5 - IR$. Затем сравните мощность лампы в этом случае с мощностью в первом случае.

Ответ

1) столбец 3 ($I \approx 0,50$ А); 2) столбец 4 ($t_2 \approx 38^\circ\text{C}$).